



ค่าความยาวรีนเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง
สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

นางสาวนริศรา กองดวง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ปีการศึกษา 2567

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ค่าความยาวรีนเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง
สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

นางสาวนริศรา กองดวง

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
ปีการศึกษา 2567
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ



ใบรับรองวิทยานิพนธ์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรื่อง ค่าความยาวรีนเงลียของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับ
ตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

โดย นางสาวนริศรา กองดวง

ได้รับอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา
สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพจน์ จันทวีวัฒน์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.ระพีณ สุนทรวัดน์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม)

..... กรรมการ

(ศาสตราจารย์ ดร.ยุพาภรณ์ อารีพงษ์)

ชื่อ : นางสาวนริศรา กองดวง
 ชื่อวิทยานิพนธ์ : ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่
 ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัว
 ลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิง
 ตัวเลข
 สาขาวิชา : สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล
 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม
 ปีการศึกษา : 2567

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้ศึกษาวิธีประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่
 ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎค่ากลาง
 วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎซิมป์สัน ศึกษาภายใต้ตัวแบบการถดถอยในตัวอันดับที่ p
 ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยเกณฑ์
 วัดประสิทธิภาพ จะพิจารณาค่าความยาวรันเฉลี่ยและเวลาที่ใช้ในการประมวลผล
 จากผลการวิจัยพบว่า ค่าความยาวรันเฉลี่ย โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขทั้ง 4 วิธี ไม่แตกต่างกัน
 และระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล ของวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎค่ากลางมีค่าน้อยที่สุด

(มีจำนวนทั้งสิ้น 61 หน้า)

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง ค่าความยาวรันเฉลี่ย วิธี
 สมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Name : Miss Naritsara Kongduang
Thesis Title : Average Run Length of Exponentially Weighted
Moving Average Control Chart for AR(p) with
Quadratic Trend Models using Numerical Integral
Equation
Major Field : Applied Statistics and Data Analytics
King Mongkut's University of Technology North
Bangkok
Thesis Advisor : Associate Professor Suvimol Phanyeam, Ph.D.
Academic Year : 2024

ABSTRACT

This research investigates methods for approximating the Average Run Length (*ARL*) for an Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) control chart using the Numerical Integral Equation (NIE) method including the Gaussian Rule Method, the Midpoint Rule Method, the Trapezoidal Rule Method, and the Simpson's Rule Method. The study is based on a Autoregressive of order p model with a quadratic trend when the white noise term follows an exponential distribution. In addition, the performance evaluation is based on the Average Run Length (*ARL*) and CPU times. The results indicate that the *ARL* values obtained from all four NIE methods do not significantly differ, and the CPU times for the Trapezoidal Rule Method and the Midpoint Rule Method are the shortest.

(Total 61 Pages)

Keywords: Exponentially Weighted Moving Average Control Chart, Average Run Length, Numerical Integral Equation Method

Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีจากความอนุเคราะห์และความเอาใจใส่ช่วยเหลือเป็นอย่างดีจาก รองศาสตราจารย์ ดร.สุวิมล พันธุ์แย้ม ที่กรุณาให้ความรู้คำแนะนำ รวมทั้งความคิดเห็นต่างๆ ในการทำวิทยานิพนธ์และให้ความช่วยเหลือในการแก้ไขจุดบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้ด้วย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ให้คำแนะนำต่าง ๆ และแก้ไขจนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดา มารดา ผู้สนับสนุนทุนทรัพย์ส่งเสริมการศึกษาที่ให้กำลังใจแก่ผู้วิจัยตลอดมาจนสำเร็จการศึกษา และขอขอบคุณเพื่อน และรุ่นน้อง สาขาวิชาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล ที่ให้คำปรึกษา คำแนะนำ กำลังใจ และความช่วยเหลือ ผู้วิจัยเสมอมา กระทั่งวิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

นริศรา กองดวง

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ณ
สารบัญรูปภาพ	ญ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 สมมติฐานของการวิจัย	3
1.4 ขอบเขตการวิจัย	3
1.5 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ	4
1.6 นิยามคำศัพท์	4
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	5
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 แผนภูมิควมคุม	6
2.2 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย	8
2.3 ตัวแบบที่ใช้ในงานวิจัย	9

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4 ค่าความยาวรันเฉลี่ย	9
2.5 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข	10
2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	13
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย	
3.1 วิธีดำเนินงานวิจัย	16
3.2 แผนการทดลอง	17
3.3 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย	18
บทที่ 4 ผลการวิจัย	
4.1 การจำลองข้อมูล	23
4.2 การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง	47
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผลการวิจัย	53
5.2 ข้อเสนอแนะ	54
บรรณานุกรม	55
ภาคผนวก	58
ประวัติผู้เขียน	61

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3-1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยสำหรับตัวแบบ AR(p) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง	18
4-1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	24
4-2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	24
4-3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	25
4-4 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	28
4-5 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	28
4-6 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	29
4-7 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	32
4-8 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	32
4-9 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	33

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4-10 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	36
4-11 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	36
4-12 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	37
4-13 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	40
4-14 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	40
4-15 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	41
4-16 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	44
4-17 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	44
4-18 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	45
4-19 ข้อมูลจริง โดยที่ Y แทนค่าฝุ่นละออง PM2.5	48

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4-20	ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$	49
4-21	ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$	49
4-22	ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$	50



สารบัญรูปภาพ

ภาพที่	หน้า
3-1 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎเกาส์ของแผนภูมิควบคุม EWMA	19
3-2 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎซิมป์สันของแผนภูมิควบคุม EWMA	20
3-3 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมูของแผนภูมิควบคุม EWMA	21
3-4 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎค่ากลางของแผนภูมิควบคุม EWMA	22
4-1 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$	26
4-2 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$	27
4-3 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$	30
4-4 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$	31
4-5 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	34
4-6 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	35
4-7 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	38
4-8 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	39
4-9 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	42
4-10 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	43

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4-11 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	46
4-12 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$	47
4-13 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53$	51
4-14 แผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง เมื่อกำหนด $\lambda = 0.2$	52
ก-1 ลักษณะของข้อมูลเทียบกับเวลา	59
ก-2 ค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลจริง	59
ก-3 ทดสอบสมมติฐานของความคลาดเคลื่อน	60

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญ

การควบคุมคุณภาพเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้กระบวนการผลิตสินค้ามีคุณภาพและเป็นไปตามมาตรฐาน ในกระบวนการควบคุมคุณภาพ การเลือกใช้เครื่องมือหรือวิธีการใดๆย่อมส่งผลต่อการควบคุมมาตรฐานในการผลิตสินค้าและบริการ การตัดสินใจโดยใช้วิธีการเชิงสถิติจึงเป็นวิธีการสำคัญ เครื่องมือที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพ เช่น แผนตรวจสอบ แผนภาพก้างปลา ฮิสโตแกรม แผนภูมิพาเรโต และ แผนภูมิควบคุม เป็นต้น ซึ่งแผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายที่สามารถตรวจจับกระบวนการที่ออกนอกการควบคุมได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในปี ค.ศ.1931 Shewhart W.A. เสนอแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท (Shewhart Control Chart) เมื่อค่าสังเกตมีการแจกแจงปกติ โดยมีการคำนวณค่าเฉลี่ย และใช้ขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่าง ในการตรวจจับกระบวนการ พบว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทมีประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการ เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ แนวคิดนี้จึงนำไปสู่การพัฒนาแผนภูมิควบคุมในรูปแบบต่างๆ รวมถึงแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตและข้อมูลปัจจุบัน ในปี ค.ศ.1954 Page E.S. ได้เสนอแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative Sum Control Chart: CUSUM) และ ค.ศ.1959 Roberts S.W. ได้ เสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart) ซึ่งพบว่าแผนภูมิทั้งสองมีประสิทธิภาพในการตรวจจับใกล้เคียงกัน เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก

การวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม สามารถวัดโดยใช้ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) พิจารณาจาก 2 สถานะ คือ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control ARL: ARL_0) และเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (out-of-control ARL: ARL_1) โดยค่าความยาวรันเฉลี่ยสามารถคำนวณได้จากหลายวิธี เช่น การจำลองมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulations) วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation) เป็นต้น

ข้อมูลอนุกรมเวลาจะแตกต่างกันไปตามลักษณะของข้อมูล แต่มีบางกรณีข้อมูลที่ข้อมูลจะเกิดอัตตสหสัมพันธ์ เช่น ตัวแบบการถดถอยในตัว (Autoregressive Model: AR(p)) ตัวแบบการเฉลี่ย

เคลื่อนที่ (Moving Average Model: $MA(q)$) ตัวแบบรวมการถดถอยในตัวกับการเคลื่อนที่ (Autoregressive Integrated Moving Average Model: $ARIMA(p,d,q)$) เป็นต้น โดยทั่วไปพบว่า ความคลาดเคลื่อนของข้อมูลอนุกรมเวลาจะมีการแจกแจงปกติ เรียกว่า White noise แต่ข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีการถดถอยในตัวเรียกว่า Exponential white noise และมีรูปแบบการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (White Noise Process with Exponential Distribution)

ในปี ค.ศ 2017 Sukparungsee S. และ Areepong Y. ได้เสนอสูตรสำเร็จในการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ย โดยใช้วิธีสมการปริพันธ์ของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัว (Autoregressive Model: $AR(p)$) และเปรียบเทียบผลลัพธ์กับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขตามกฎเกาส์ ค.ศ. 2021 Phanyaem S. ได้เสนอสูตรความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบรวมการถดถอยในตัวกับการเคลื่อนที่โดยวิธีสมการปริพันธ์ และ ค.ศ 2024 Phanyaem S. ได้เสนอการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ 1 ที่มีแนวโน้มกำลังสอง

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยสนใจศึกษาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) เมื่อข้อมูลอยู่ในรูปแบบถดถอยในตัวอันดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง ($AR(p)$ with quadratic trend model) โดยผู้วิจัยเสนอวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule) วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule) วิธีกฎซิมป์สัน (Simpson Rule) และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule) โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) โดยใช้โปรแกรม Wolfram Mathematica 8.0 เป็นเครื่องมือในการประมวลผล

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 เพื่อเสนอวิธีประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) เมื่อข้อมูลมีรูปแบบถดถอยในตัวอันดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง ($AR(p)$ with quadratic trend model)

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม ARL_1 และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule Method), วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint

Rule Method), วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule Method) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule Method)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ผลลัพธ์ของค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎซิมป์สัน และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู มีค่าไม่แตกต่างกัน

1.4 ขอบเขตการวิจัย

การนำเสนอวิธีประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับข้อมูลที่อยู่ในรูปแบบถดถอยในตัวอันดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) ภายใต้สถานการณ์ที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control) และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (out-of-control) โดยมีขอบเขตการวิจัย ดังนี้

1.4.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (α) ดังนี้

1.4.1.1 กรณีที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ ($\alpha = \alpha_0$) มีค่าเท่ากับ 1

1.4.1.2 กรณีที่กระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ ($\alpha = \alpha_1$) มีค่าเท่ากับ $\alpha_0(1+\delta)$ โดยที่ δ คือระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ มีค่า 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ

1.4.2 ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบอนุกรมเวลาแบบถดถอยในตัวอันดับที่ p ด้วยแบบจำลองแนวโน้มกำลังสอง AR(p) with quadratic trend model ดังนี้

1.4.2.1 ตัวแบบ AR(1) with quadratic trend model

ค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติถดถอย (ϕ_1) = 0.1, -0.1

ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเชิงเส้น ($\beta_1 = 0.1$) และค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปรเชิงเส้นกำลังสอง ($\beta_2 = 0.2$)

1.4.2.2 ตัวแบบ AR(2) with quadratic trend model

ค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติถดถอย (ϕ_1) และ (ϕ_2) เท่ากับ ($\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2$), ($\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2$)

ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเชิงเส้น ($\beta_1 = 0.2$) และค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปรเชิงเส้นกำลังสอง ($\beta_2 = 0.2$)

1.4.2.3 ตัวแบบ AR(3) with quadratic trend model

ค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติถดถอย (ϕ_1), (ϕ_2) และ (ϕ_3) เท่ากับ ($\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2$), ($\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2$)

ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเชิงเส้น ($\beta_1 = 0.2$) และค่าสัมประสิทธิ์ตัวแปรเชิงเส้นกำลังสอง ($\beta_2 = 0.2$)

1.4.3 ค่าพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA)

1.4.3.1 กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของข้อมูลในอดีต (λ) มีค่า 0.05, 0.1, 0.2

1.4.3.2 กำหนดค่าเริ่มต้นของค่าสถิติแผนภูมิควบคุม EWMA (Z_0), (Z_1) และ (Z_2)

คือ 1

1.4.4 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ARL_0 เท่ากับ 370

1.4.5 ประเมินค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ด้วยวิธีกฎเกาส์ กฎค่ากลาง กฎซิมป์สัน และ กฎสี่เหลี่ยมคางหมู กำหนดจุดแบ่ง (m) เท่ากับ 500

1.5 เกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) พิจารณาจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) โดยพิจารณาวิธีที่มีประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลที่น้อยที่สุด

1.6 นิยามคำศัพท์

1.6.1 ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือ จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจสอบกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุมก่อนที่จะออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก โดยค่าความยาวรันเฉลี่ยแบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้ขีดจำกัดการควบคุม (ARL_0) และค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการออกนอกขีดจำกัดการควบคุม (ARL_1)

1.6.2 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average control chart: EWMA) คือ แผนภูมิควบคุมที่ใช้ควบคุมคุณภาพเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง เพียงเล็กน้อย (Small Shift)

1.6.3 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) คือ การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งที่สอดคล้องกับช่วงที่กำหนด

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.7.1 ทำให้ทราบการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยของตัวแบบอัตตสัมพันธ์ลำดับที่ p ด้วยแบบจำลองแนวโน้มกำลังสอง $AR(p)$ with quadratic trend model โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

1.7.2 ทำให้ทราบว่าวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขวิธีใดเหมาะสมที่สุด

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎซิมป์สัน และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และเปรียบเทียบประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที ซึ่งทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังนี้

2.1 แผนภูมิควบคุม

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

2.3 ตัวแบบที่ใช้ในงานวิจัย

2.4 ค่าความยาวรันเฉลี่ย

2.5 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แผนภูมิควบคุม

แผนภูมิควบคุมเป็นหนึ่งในเทคนิคที่สำคัญที่ใช้ในกระบวนการควบคุมคุณภาพ โดยในปี ค.ศ. 1926 Shewhart ได้เสนอการทำแผนภูมิควบคุมเป็นครั้งแรก เรียกว่า แผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท (Shewhart control chart) เมื่อค่าสังเกตมีการแจกแจงปกติ โดยมีการคำนวณค่าเฉลี่ย และใช้ขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่าง ในการตรวจจับกระบวนการ พบว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทมีประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ แนวคิดนี้จึงนำไปสู่การพัฒนาแผนภูมิควบคุมในรูปแบบต่างๆ อย่างแพร่หลาย

2.1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Weighted Moving Average control chart: EWMA)

แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA control chart) ถูกเสนอโดย Roberts ในปี ค.ศ. 1959 โดยมีจุดเด่นคือเป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้ข้อมูลในอดีตและปัจจุบัน ทำให้แผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการที่มีขนาดเล็ก ได้ดีกว่าแผนภูมิชีวฮาร์ท

ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA แสดงดังสมการ (2-1)

$$Z_t = (1 - \lambda)Z_{t-1} + \lambda Y_t; t = 1, 2, \dots \quad (2-1)$$

โดยที่ Z_t แทน ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนัก ณ เวลา t

λ แทน ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของข้อมูลในอดีต เมื่อ $0 \leq \lambda \leq 1$

Y_t แทน ค่าสังเกต ณ เวลาที่ t

สำหรับขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) เส้นกึ่งกลาง บน (Control Limit: UCL) และขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: UCL) ของแผนภูมิควบคุม EWMA แสดงดังสมการ (2-2) ดังนี้

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \\ CL &= \mu_0 \\ LCL &= \mu_0 - L_1 \sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}} \end{aligned} \quad (2-2)$$

โดยที่ μ_0 แทน ค่าเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA

σ แทน ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแผนภูมิควบคุม EWMA

L แทน ความกว้างขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA

λ แทน ค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อ $0 \leq \lambda \leq 1$

2.2 การแจกแจงที่ใช้ในงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

2.2.1 การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)

กำหนดให้ค่าสังเกต $Y_1, Y_2, \dots$ เป็นลำดับของตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงชี้กำลังเหมือนกัน (Independent and Identically Distribution)

$$Y_t = \begin{cases} \text{Exp}(\alpha_0); t = 1, 2, \dots, v-1 \\ \text{Exp}(\alpha_1); t = v, v+1, \dots \end{cases}$$

โดยที่ α_0 แทน ค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

α_1 แทน ค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม

v แทน คาบเวลาที่กระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง (Areepong และ Sukparungsee, 2016)

กำหนดให้ y คือ ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นดังนี้

$$f(y, \alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} e^{-y/\alpha}; y > 0, \alpha > 1 \\ 0; \text{otherwise} \end{cases}$$

โดยที่ α แทน ค่าเฉลี่ยของการแจกแจงชี้กำลัง

และมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม คือ

$$F(y, \alpha) = \begin{cases} 1 - e^{-y/\alpha}; y > 0, \alpha > 1 \\ 0; \text{otherwise} \end{cases}$$

2.3 ตัวแบบที่ใช้ในงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ ได้ศึกษาตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยมีสมการดังนี้

$$Y_t = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \varepsilon_t; t=1, 2, \dots, \quad (2-3)$$

โดยที่	Y_t	แทน ค่าสังเกต ณ เวลาที่ t
	β_1	แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเชิงเส้น
	β_2	แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเชิงเส้นกำลังสอง
	t	แทน เวลา
	μ	แทน ค่าคงที่ของกระบวนการ
	ϕ_i	แทน ค่าสัมประสิทธิ์ของการถดถอย เมื่อ $t = 1, 2, \dots, p$
	ε_i	แทน ค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบชี้กำลัง

2.4 ค่าความยาวรันเฉลี่ย

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) คือจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยของค่าสังเกตเมื่อค่าสังเกตอยู่ในขีดจำกัดควบคุม ก่อนที่กระบวนการจะออกนอกขีดจำกัดการควบคุมครั้งแรก ซึ่งมี 2 สถานะ ได้แก่ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control ARL: ARL_0) และค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (Out-of-control ARL: ARL_1)

2.4.1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (in-control ARL)

แทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_0 คือ คาบเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจสอบกระบวนการ จนกระทั่งแผนภูมิควบคุมส่งสัญญาณออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก ซึ่งมีเงื่อนไขโดยที่กระบวนการจะต้องไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง โดยทั่วไปแล้วเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจะต้องการคาบเวลาที่มีขนาดใหญ่ที่สุด เพื่อแสดงว่ามีอัตราการเตือนที่ผิดพลาดต่ำที่สุด

2.4.2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (Out-of-control ARL)

แทนด้วยสัญลักษณ์ ARL_1 คือ คาบเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจจับกระบวนการ เมื่อกระบวนการเริ่มเกิดการเปลี่ยนแปลง จนกระทั่งแผนภูมิควบคุมส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการออกนอกขีดจำกัด

ควบคุมเป็นครั้งแรกโดยทั่วไปแล้วเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม ค่า ARL_1 ควรจะมีขนาดเล็กที่สุด

2.5 วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข

การหาค่าสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขของค่าความยาวรันเฉลี่ย ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

กำหนดให้สมการปริพันธ์ $H(u) = ARL$ ของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้น $Z_0 = u$ และ $u \in [0, b]$ สมการปริพันธ์แสดงดังสมการ (2-4)

$$ARL = H(u) = E_{\infty}(\tau_b) < \infty \quad (2-4)$$

โดยที่ τ_b แทน คาบเวลาที่แผนภูมิควบคุมจะส่งสัญญาณเตือนว่ากระบวนการออกนอกการควบคุม

$$\tau_b = \inf\{t > 0; Z_t > b\}; b > u \quad (2-5)$$

เมื่อ b แทน ขีดจำกัดควบคุมบนของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนัก

โดยการหาค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์ของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ $AR(p)$ ที่มีแนวโน้มกำลังสอง แสดงดังสมการที่ (2-6) ดังนี้

$$H(u) = 1 + \frac{1}{\lambda} \int_0^b H(y) f\left[\frac{y - (1-\lambda)u}{\lambda} - k\right] dy \quad (2-6)$$

เมื่อ $k = \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \beta_1 t + \beta_2 t^2$

จากสมการที่ (2-6) ใช้วิธีการสร้างพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสในการประมาณค่าอินทิกรัล ดังสมการที่ (2-7)

$$\tilde{H}(a_i) \approx 1 + \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^m w_j \tilde{H}(a_j) f\left[\frac{a_j - (1-\lambda)a_i}{\lambda} - k\right] dy \quad (2-7)$$

วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ที่ใช้ในงานวิจัยมี 4 วิธี ดังนี้

2.5.1 วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule)

จากสมการที่ (2-7) กำหนดให้

$$f(A_j) = f\left[\frac{y - (1-\lambda)u}{\lambda} - k\right]$$

การประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขของสมการ $f(y)$ จะอยู่ในช่วง $[0, b]$ แสดงดังสมการ

$$\int_0^b H(y)f(y)dy \approx \sum_{j=1}^m w_j f(a_j)$$

โดยที่ $H(y) = 1, -1 < y < 1$

สามารถเขียนการประมาณค่าจากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขของวิธีกฎเกาส์ แสดงดังสมการที่ (2-8)

$$\tilde{H}_G(u) \approx 1 + \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^m w_j H(a_j) f(A_j) \quad (2-8)$$

2.5.2 วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule)

วิธีกฎค่ากลางกำหนดให้ $H(y) = 1$ และ $f(y)$ บนช่วง $[0, b]$ แบ่งเป็น m ช่วง โดยแต่ละช่วงกว้าง $h = \frac{b-0}{m}$ จากกฎค่ากลางสามารถเขียนดังสมการ

$$M(f, h) = h \sum_{j=1}^m f\left(\left(j - \frac{1}{2}\right)h\right); j = 0, 1, 2, \dots, m$$

การประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขของสมการ $f(y)$ จะอยู่ในช่วง $[0, b]$ แสดงดังสมการ

$$\int_0^b f(y)dy \approx M(f, h)$$

สามารถเขียนการประมาณค่าจากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขของวิธีกฎค่ากลาง แสดงดังสมการที่ (2-9)

$$\tilde{H}_M(u) \approx 1 + \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^m w_j H(a_j) f(A_j) \quad (2-9)$$

โดยที่ $a_j = \frac{b}{m}\left(j - \frac{1}{2}\right)$ และ $w_j = \frac{b}{m}; j = 1, 2, \dots, m$

2.5.3 วิธีกฎซิมป์สัน (Simpson Rule)

วิธีกฎซิมป์สันกำหนดให้ $H(y)=1$ และ $f(y)$ บนช่วง $[0, b]$ แบ่งเป็น $2m$ ช่วง โดยแต่ละช่วงกว้าง $h = \frac{b-0}{2m}$ จากกฎซิมป์สันสามารถเขียนดังสมการ

$$S(f, h) = \frac{h}{3} (f(0) - f(b)) + \frac{2h}{3} \sum_{j=1}^m f(y_{2j}) + \frac{4h}{3} \sum_{j=1}^m f(y_{2j-1}); j = 0, 1, 2, \dots, m$$

การประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขของสมการ $f(y)$ จะอยู่ในช่วง $[0, b]$ แสดงดังสมการ

$$\int_0^b f(y) dy \approx S(f, h)$$

สามารถเขียนการประมาณค่าจากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขของวิธีกฎซิมป์สัน แสดงดังสมการที่ (2-10)

$$\tilde{H}_S(u) \approx 1 + \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{2m+1} w_j H(a_j) f(A_j) \quad (2-10)$$

โดยที่ $a_j = jw_j$, $w_j = \frac{4}{3} \left(\frac{b}{2m} \right); j = 1, \dots, 2m-1$ และ $w_j = \frac{2}{3} \left(\frac{b}{2m} \right); j = 2, \dots, 2m-2$

ในกรณีอื่นๆ $w_j = \frac{1}{3} \left(\frac{b}{2m} \right)$

2.5.4 วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule)

วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู กำหนดให้ $H(y)=1$ และ $f(y)$ บนช่วง $[0, b]$ แบ่งเป็น m ช่วง โดยแต่ละช่วงกว้าง $h = \frac{b-0}{m}$ จากกฎสี่เหลี่ยมคางหมูสามารถเขียนดังสมการ

$$T(f, h) = \frac{h}{2} (f(0) - f(b)) + h \sum_{j=1}^m f(y_j); j = 0, 1, 2, \dots, m$$

การประมาณปริพันธ์เชิงตัวเลขของสมการ $f(y)$ จะอยู่ในช่วง $[0, b]$ แสดงดังสมการ

$$\int_0^b f(y) dy \approx T(f, h)$$

สามารถเขียนการประมาณค่าจากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขของวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู แสดงดังสมการที่ (2-11)

$$\tilde{H}_T(u) \approx 1 + \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^{m+1} w_j H(a_j) f(A_j) \quad (2-11)$$

โดยที่ $a_j = jw_j$ และ $w_j = \frac{b}{m}; j=1,2,..,m-1$ ในกรณีอื่นๆ $w_j = \frac{b}{2m}$

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Shewhart W.A. (1931) ได้เสนอแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ท (Shewhart Control Chart) เป็นครั้งแรกเมื่อค่าสังเกตของกระบวนการมีการแจกแจงปกติ โดยมีการคำนวณค่าเฉลี่ย และใช้ขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างในการตรวจจับกระบวนการ พบว่าแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทมีประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการ เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดใหญ่ ในกรณีที่กระบวนการไม่อยู่ภายใต้เงื่อนไขหรือไม่ทราบการแจกแจง ประสิทธิภาพในการตรวจจับกระบวนการของแผนภูมิควบคุมชีวฮาร์ทอาจลดลง

Roberts S.W. (1959) ได้เสนอแผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีจุดเด่นคือเป็นแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตและข้อมูลปัจจุบัน โดยใช้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ให้น้ำหนักกับค่าสังเกตก่อนหน้ามากที่สุด แล้วจึงลดลงตามลำดับ ซึ่งพบว่าเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีจุดเด่นในการตรวจจับกระบวนการเปลี่ยนแปลงเมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก

Areepong Y. และ Sukparungsee S. (2016) ได้นำเสนอสูตรสำเร็จของค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบรวมการถดถอยในตัวกับการเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาล (autoregressive integrated moving average Model: ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_L) โดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขตามกฎเกาส์ โดยผลการวิจัยพบว่าสูตรสำเร็จสามารถลดเวลาในการประมวลผลได้มาก

Sukparungsee S. และ Areepong Y. (2017) เสนอสูตรสำเร็จในการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยใช้วิธีสมการปริพันธ์ของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัว (Autoregressive Model: AR(p)) และเปรียบเทียบผลลัพธ์กับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขตามกฎเกาส์ พบว่า สูตรที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์สามารถลดเวลาในการคำนวณได้อย่างมาก นอกจากนี้ยังสามารถสร้างค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก และความกว้างของขีดจำกัดควบคุมบนที่เหมาะสมได้

Paichit P. (2017) ได้เสนอสูตรสำเร็จสำหรับค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA และ CUSUM เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัวที่มีอิทธิพลจากตัวแปรภายนอก (Autoregressive with explanatory variable Model: ARX(p)) ซึ่งผลการวิจัยสามารถสร้างสูตรสำเร็จและพบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพมากกว่าแผนภูมิควบคุม CUSUM เมื่อกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย

เพชรรัตน์ พูลพิพัฒน์, สุวิมล พันธุ์แย้ม และยุพาภรณ์ อารีพงษ์ (2020) ได้ศึกษาการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงลาปลาซ การแจกแจงลอจิสติก และการแจกแจงพาราโต ด้วยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎของซิมป์สัน วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎเกาส์ และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ จากวิธีดังกล่าวกับวิธีการจำลองมอนติคาร์โล ผลการวิจัยพบว่า เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงลาปลาซ และการแจกแจงลอจิสติก วิธีกฎค่ากลางมีค่าสัมบูรณ์เปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง (Absolute Percentage Difference) น้อยกว่าวิธีอื่น และการแจกแจงพาราโต วิธีกฎของซิมป์สันมีค่าสัมบูรณ์เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างน้อยกว่าวิธีอื่น โดยทั้งสองวิธีให้ค่าประมาณที่ถูกต้องเท่ากับวิธีการจำลองมอนติคาร์โลในทุกกรณีการศึกษา

ชมพูนุช แสงอรุณวงศ์, ยุพาภรณ์ อารีพงษ์ และเสาวณิต สุขภารังษี (2020) ได้ศึกษาการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎของซิมป์สัน วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎเกาส์สำหรับแผนภูมิควบคุม Modified EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงต่อเนื่อง ซึ่งงานวิจัยศึกษาโดยใช้การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ผลการวิจัยพบว่าแผนภูมิควบคุม Modified EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

Phanyaem S. (2021) ได้เสนอแนวทางแก้ไขสูตรความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบรวมการถดถอยในตัวกับการเคลื่อนที่ (Autoregressive Integrated Moving Average Model: ARIMA(p,d,q)) โดยวิธีสมการปริพันธ์ ผลการวิจัยพบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยจากสูตรมีค่าใกล้เคียงกับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขตามกฎเกาส์ โดยพิจารณาจากค่าสัมบูรณ์ของเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างมีค่าน้อยกว่า 0.1% ซึ่งทำให้มีประสิทธิภาพสูงกว่าและลดเวลาในการประมวลผลได้ดีกว่า

Karoon K., Areepong Y. และ Sukparungsee S. (2021) พัฒนาวิธีการปรับแก้เชิงตัวเลข 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎของซิมป์สัน วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎเกาส์ เพื่อคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม Extended EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัว (Autoregressive Model: AR(p)) ผลการวิจัยพบว่า วิธีการปรับแก้เชิงตัวเลขทั้ง 4 วิธี มีประสิทธิภาพเทียบเท่ากัน โดยวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด ในกรณี AR(2) และ AR(3) นอกจากนี้ ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม extended EWMA ยังดีกว่า แผนภูมิควบคุม EWMA ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

Phanyaem S. (2024) ได้เสนอสูตรสำเร็จสำหรับการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อข้อมูลเป็นตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ 1 ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เพื่อตรวจสอบและติดตามความแปรปรวนของกระบวนการ การศึกษาเน้นที่แบบจำลองการถดถอยในตัวลำดับที่ 1 นอกจากนี้ยังนำเสนอเทคนิคในการประมาณค่า ARL โดยใช้วิธีการปรับแก้เชิงตัวเลข และสามารถเปรียบเทียบผลลัพธ์กับวิธีสูตรสำเร็จได้ พบว่า ค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสูตรสำเร็จ และวิธีการปรับแก้เชิงตัวเลขมีความคล้ายคลึงกัน โดยมีความแตกต่างของเปอร์เซ็นต์สัมบูรณ์น้อยกว่า 0.001

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้เสนอวิธีการประมาณค่าและเปรียบเทียบความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎซิมป์สัน วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และวิธีกฎค่ากลาง และเปรียบเทียบประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที สำหรับวิธีที่ใช้ในการดำเนินงานวิจัย ดังนี้

- 3.1 วิธีดำเนินงานวิจัย
- 3.2 แผนการทดลอง
- 3.3 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย

3.1 วิธีดำเนินงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้จะทำการจำลองข้อมูลสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยใช้วิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation : NIE) ซึ่งมีวิธีการดำเนินการวิจัย ดังนี้

- 3.1.1 ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวข้องกับแผนภูมิควบคุม EWMA
- 3.1.2 ศึกษาทฤษฎีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution)
- 3.1.3 ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical Integral Equation: NIE) โดยใช้วิธีการประมาณค่าเชิงตัวเลข ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule) วิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule) วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule) และวิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule)
- 3.1.4 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง และระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์
- 3.1.5 ประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL)
- 3.1.6 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times)
- 3.1.7 ประยุกต์ใช้แผนภูมิควบคุม EWMA กับข้อมูลจริง
- 3.1.8 สรุปผลการวิจัย

3.2 แผนการทดลอง

งานวิจัยนี้ทำการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข (NIE) 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ (Gaussian Rule) วิธีกฎของซิมป์สัน (Simpson's Rule) วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule) และวิธีกฎค่ากลาง (Midpoint Rule) ภายใต้ตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังโดยมีขั้นตอนการจำลองข้อมูล ดังนี้

3.2.1 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) ค่าพารามิเตอร์ $\alpha = \alpha_0$ มีค่าเท่ากับ 1 และเมื่อกระบวนการออกนอกการควบคุม (ARL_1) ค่าพารามิเตอร์ ($\alpha = \alpha_1$) มีค่าเท่ากับ $\alpha_0(1 + \delta)$ โดยที่ δ คือระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ มีค่า 0.01, 0.03, 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ

3.2.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนักของข้อมูลในอดีต λ มีค่า 0.05 0.1 และ 0.2

3.2.3 กำหนดค่าเริ่มต้นของค่าสถิติแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Z_0), (Z_1) และ (Z_2) คือ 1

3.2.4 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_0) เท่ากับ 370

3.2.5 ประเมินค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ด้วยวิธีกฎเกาส์ กฎซิมป์สัน กฎสี่เหลี่ยมคางหมู แล กฎค่ากลาง กำหนดจุดแบ่ง (m) เท่ากับ 500

3.2.6 กำหนดค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยในตัวอันดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง แสดงดังตารางที่ 3-1

ตารางที่ 3-1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยสำหรับตัวแบบ AR(p) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง

ตัวแบบ	ค่าพารามิเตอร์
AR(1)	ตัวแบบที่ 1 $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 2 $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 3 $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ ตัวแบบที่ 4 $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 5 $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 6 $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$
AR(2)	ตัวแบบที่ 7 $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 8 $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 9 $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ ตัวแบบที่ 10 $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 11 $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 12 $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$
AR(3)	ตัวแบบที่ 13 $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 14 $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 15 $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ ตัวแบบที่ 16 $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ ตัวแบบที่ 17 $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ ตัวแบบที่ 18 $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$

3.2.7 หาค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี

3.2.8 เปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย และเวลาที่ใช้ในการประมวลผล

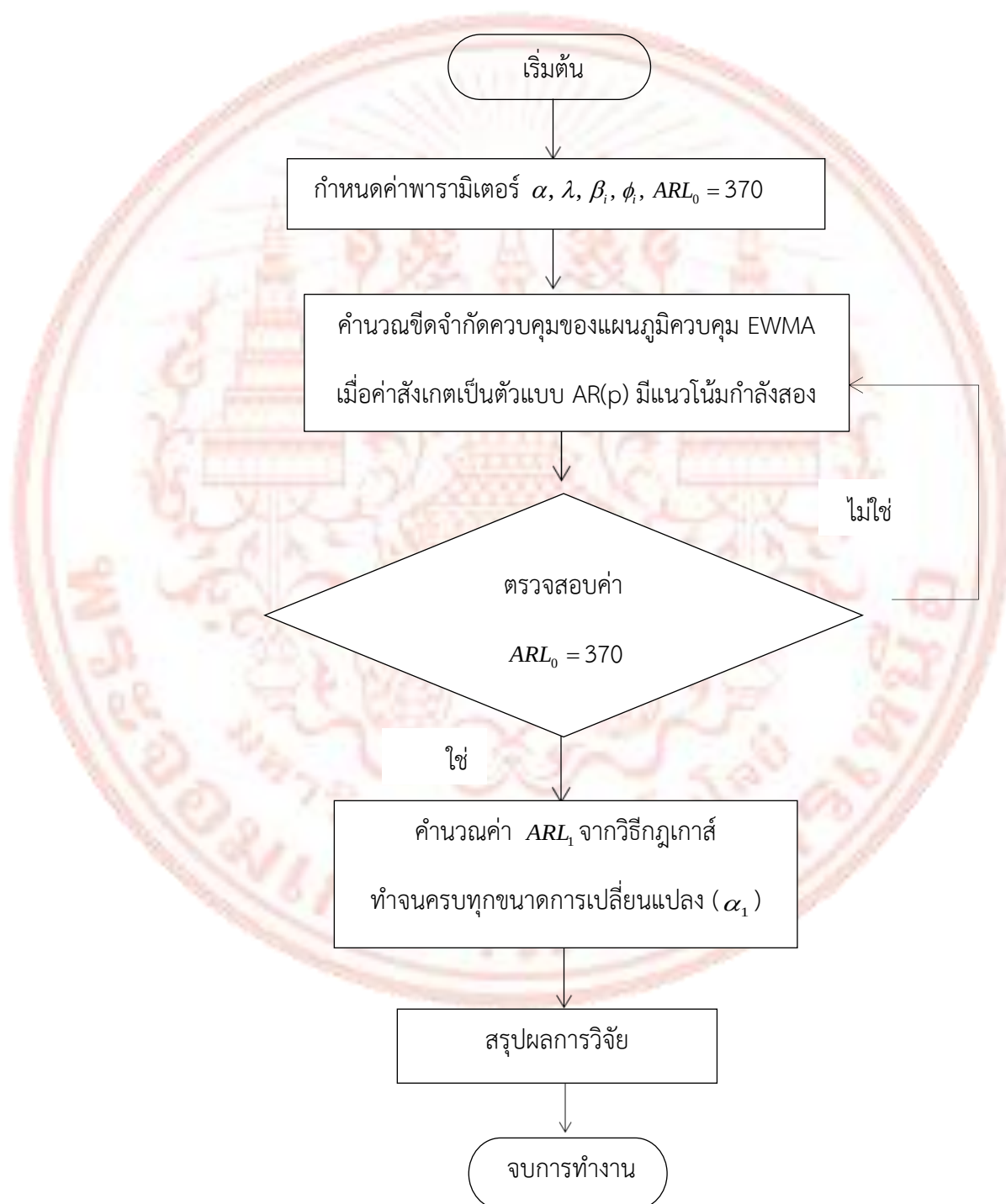
3.3 ขั้นตอนการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ย

3.3.1 ศึกษาสูตรสำเร็จของค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง

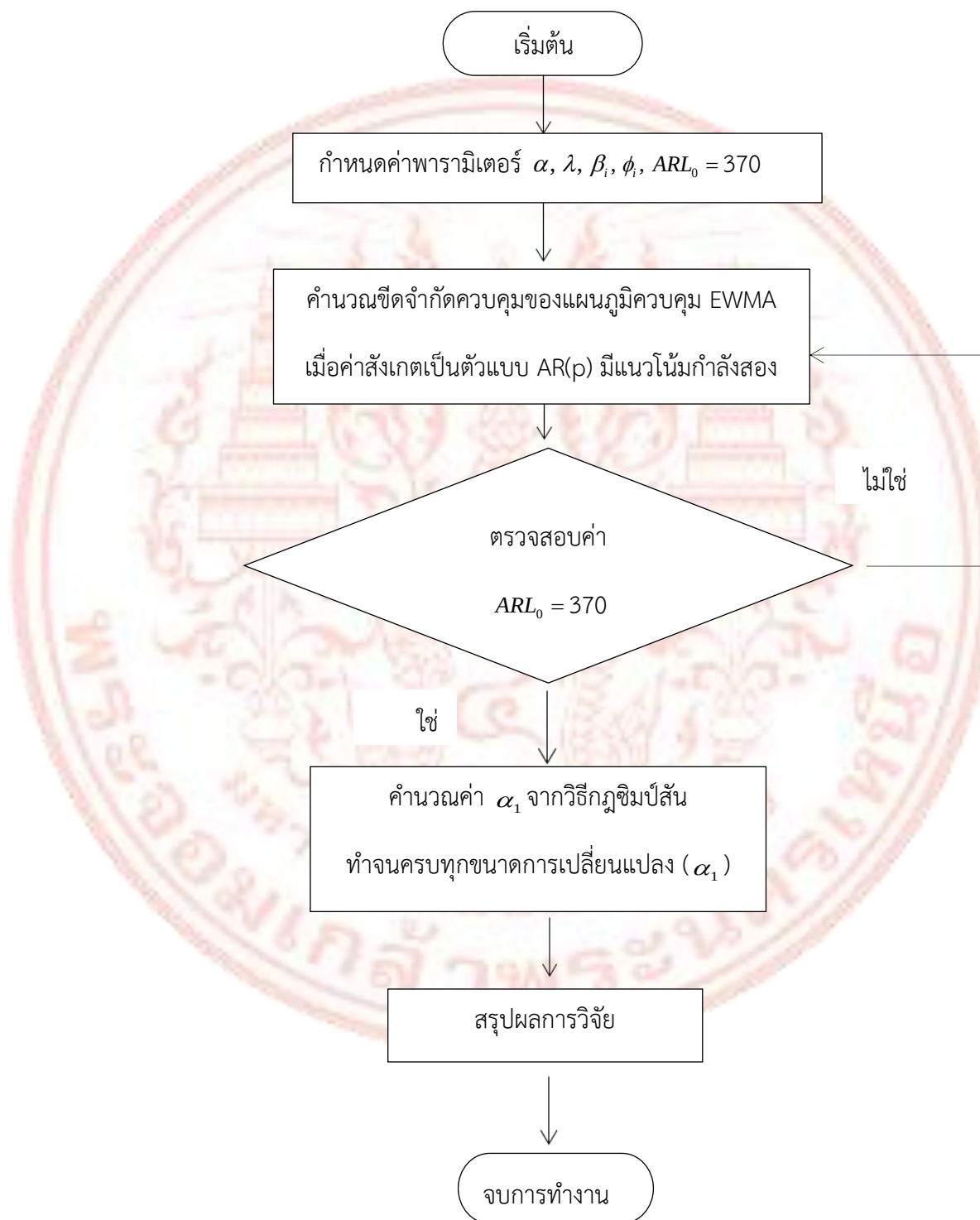
3.3.2 กำหนดค่าพารามิเตอร์และระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์

3.3.3 คำนวณหาค่า ARL_0 และ ARL_1 ด้วยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข โดยใช้โปรแกรม Wolfram Mathematica เวอร์ชัน 8

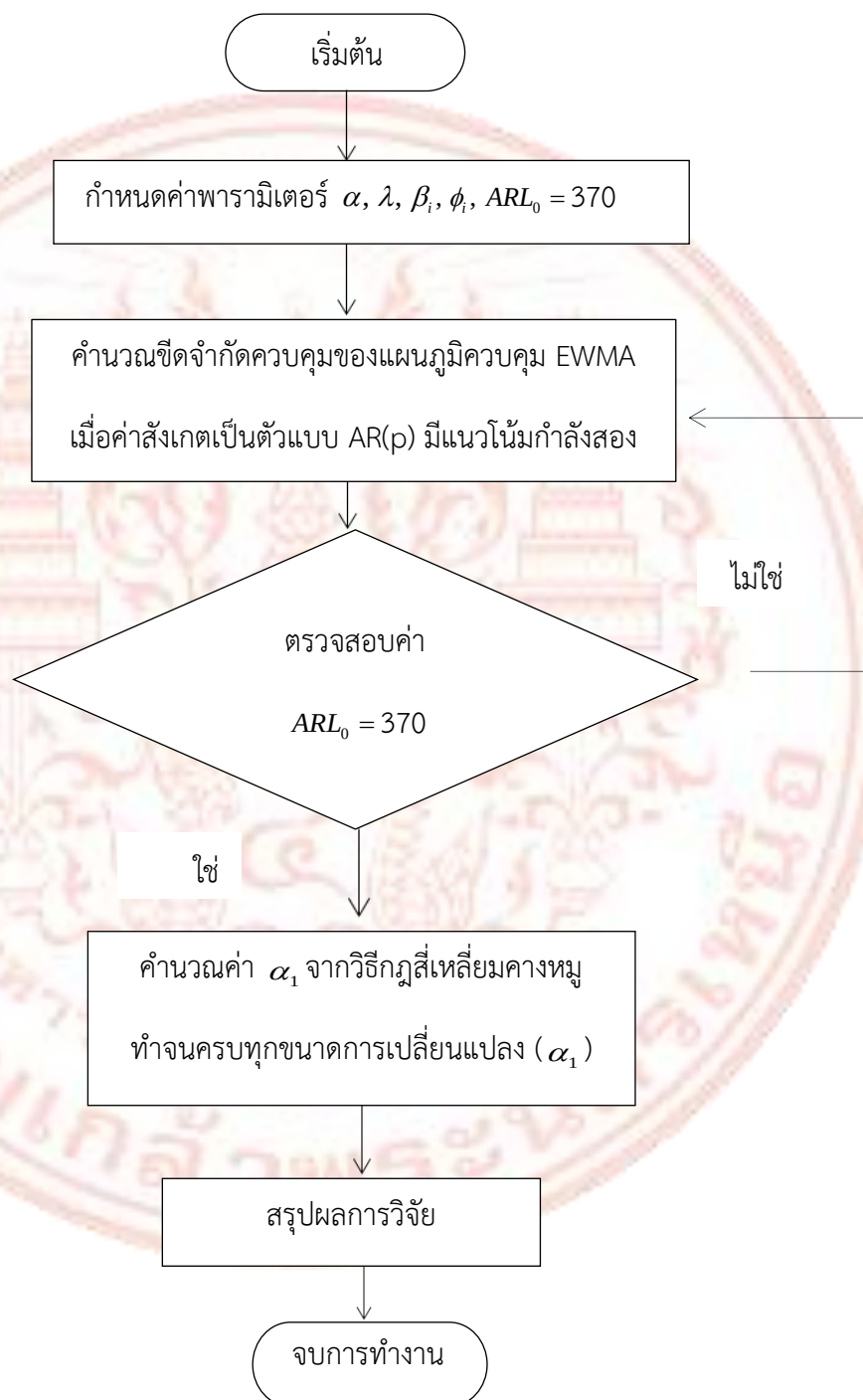
3.3.4 เปรียบเทียบค่า ARL_1 และระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผลจากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขทั้ง 4 วิธี



ภาพที่ 3-1 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎเกาส์ ของแผนภูมิควบคุม EWMA

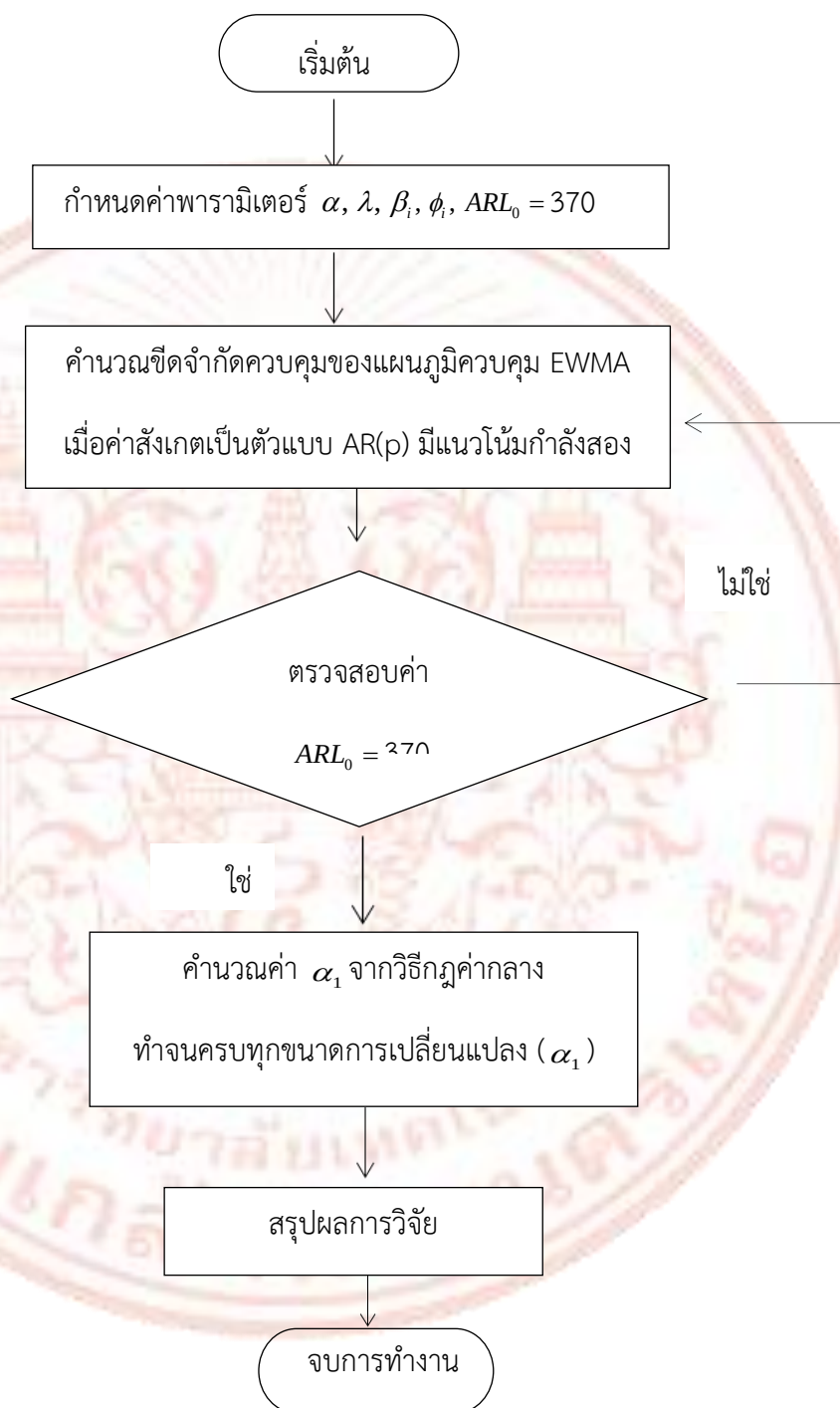


ภาพที่ 3-2 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎซิมป์สัน ของแผนภูมิควบคุม EWMA



ภาพที่ 3-3 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู

ของแผนภูมิควบคุม EWMA



ภาพที่ 3-4 แผนผังแสดงการประมวลผลค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีกฎค่ากลาง ของแผนภูมิควบคุม EWMA

บทที่ 4

ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎซิมป์สัน และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู และเปรียบเทียบประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) มีหน่วยเป็นวินาที โดยใช้โปรแกรม Wolfram Mathematica เวอร์ชัน 8 ซึ่งผลการวิจัยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 การจำลองข้อมูล

4.2 การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

4.1 การจำลองข้อมูล

ผลการวิจัยแสดงค่าความยาวรันเฉลี่ยและเวลาที่ใช้ในการประมวลผล ที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธีของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ตารางที่ 4-1 ถึง ตารางที่ 4-6 แสดงผลสำหรับตัวแบบ AR(1) ตารางที่ 4-7 ถึง ตารางที่ 4-12 แสดงผลสำหรับตัวแบบ AR(2) และตารางที่ 4-13 ถึง ตารางที่ 4-18 แสดงผลสำหรับตัวแบบ AR(3) ตามลำดับ กำหนดค่าพารามิเตอร์ถ่วงน้ำหนัก เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 กำหนดค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม คือ 370 และกำหนดจุดแบ่งของวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข คือ 500 ผลการวิจัยแสดงดังนี้

ตารางที่ 4-1 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.0000000692919$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	302.499	8.828	302.499	8.032	302.499	1.984	302.499	1.984
0.03	204.606	8.641	204.606	8.031	204.606	1.984	204.606	2.234
0.05	140.518	9.047	140.518	7.719	140.518	1.984	140.518	2.125
0.1	58.5037	9.734	58.5037	7.703	58.5037	1.985	58.5037	2.156
0.3	4.22686	9.437	4.22686	7.782	4.22686	2.031	4.22686	2.282
0.5	1.38238	9.171	1.38238	7.985	1.38238	1.922	1.38238	2.125
1	1.01131	9.672	1.01131	7.844	1.01131	1.969	1.01131	2.000
2	1.0003	9.156	1.0003	7.750	1.0003	2.000	1.0003	2.094

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-2 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	333.717	9.328	333.717	7.813	333.717	2.015	333.717	2.016
0.03	273.061	9.359	273.061	8.203	273.061	2.063	273.061	2.109
0.05	225.096	9.266	225.096	8.016	225.096	1.969	225.096	2.000
0.1	143.112	9.265	143.112	7.890	143.112	2.047	143.112	2.109
0.3	33.1025	9.187	33.1025	7.890	33.1025	2.032	33.1025	2.093
0.5	11.5687	9.281	11.5687	7.859	11.5687	2.062	11.5687	2.156
1	2.64568	9.204	2.64568	7.797	2.64568	2.031	2.64568	2.094
2	1.228	9.343	1.228	8.032	1.228	2.047	1.228	2.109

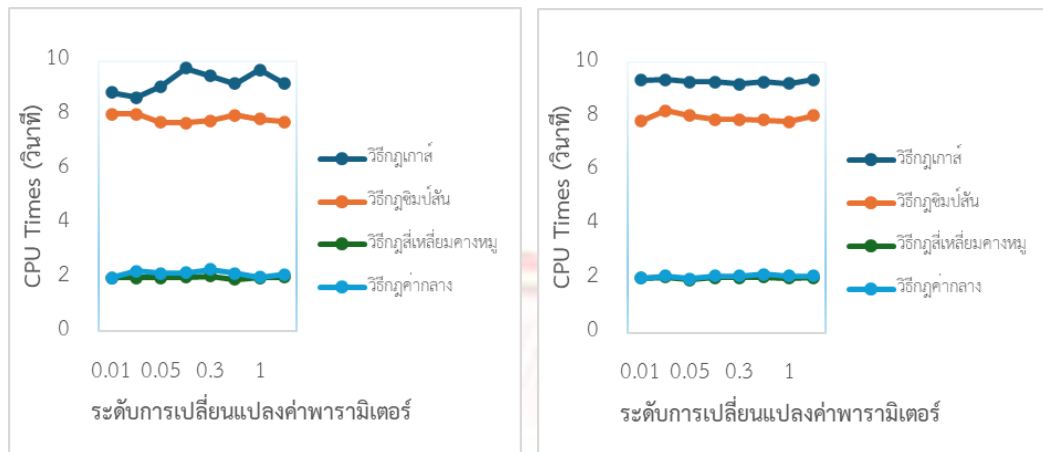
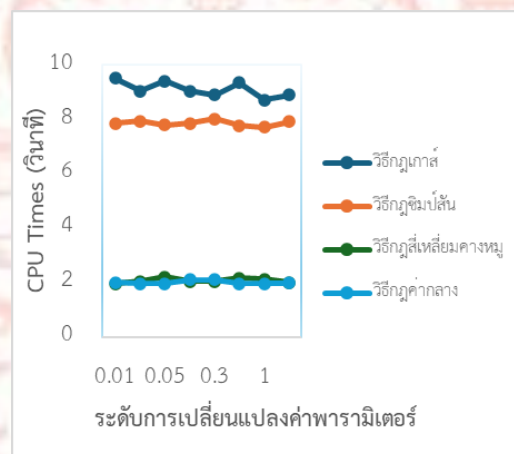
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-3 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$

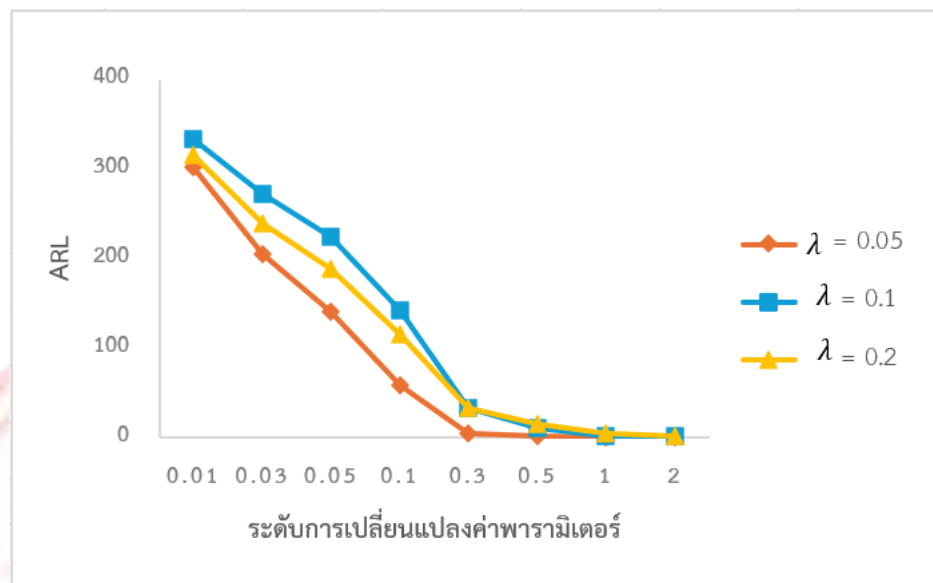
$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	316.043	9.500	316.043	7.844	316.043	1.953	316.043	2.000
0.03	239.650	9.031	239.650	7.922	239.650	2.047	239.650	1.953
0.05	188.695	9.390	188.695	7.781	188.695	2.203	188.695	1.953
0.1	115.464	9.016	115.464	7.844	115.464	2.047	115.464	2.094
0.3	32.6243	8.890	32.6243	8.000	32.6243	2.047	32.6243	2.094
0.5	14.9878	9.328	14.9878	7.765	14.9878	2.172	14.9878	1.969
1	4.97403	8.703	4.97403	7.703	4.97403	2.125	4.97403	1.953
2	2.09301	8.875	2.09301	7.906	2.09301	2.000	2.09301	1.985

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-1 ถึง 4-3 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

(ก) $\lambda = 0.05$ (ข) $\lambda = 0.1$ (ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-1 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-2 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-2 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

ตารางที่ 4-4 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.0000000692919$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	303.097	8.860	303.097	7.845	303.097	2.188	303.097	2.047
0.03	205.796	8.844	205.796	7.938	205.796	2.000	205.796	1.985
0.05	141.854	8.906	141.854	7.875	141.854	1.984	141.854	2.031
0.1	59.5589	8.812	59.5589	7.937	59.5589	2.016	59.5589	1.984
0.3	4.37928	9.188	4.37928	8.156	4.37928	1.984	4.37928	2.078
0.5	1.40874	8.781	1.40874	7.782	1.40874	1.984	1.40874	2.063
1	1.0125	8.938	1.0125	8.031	1.0125	2.171	1.0125	1.985
2	1.00034	8.812	1.00034	7.891	1.00034	1.968	1.00034	2.031

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-5 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	334.415	9.547	334.415	7.937	334.415	2.046	334.415	2.000
0.03	274.745	8.781	274.745	7.844	274.745	2.016	274.745	2.016
0.05	227.367	9.453	227.367	8.141	227.367	2.094	227.367	1.969
0.1	145.867	8.938	145.867	7.750	145.867	2.094	145.867	2.031
0.3	34.6941	9.297	34.6941	7.907	34.6941	2.046	34.6941	2.016
0.5	12.3297	8.828	12.3297	7.859	12.3297	2.094	12.3297	2.031
1	2.82516	8.969	2.82516	7.812	2.82516	2.047	2.82516	2.000
2	1.26149	8.954	1.26149	7.813	1.26149	2.094	1.26149	2.047

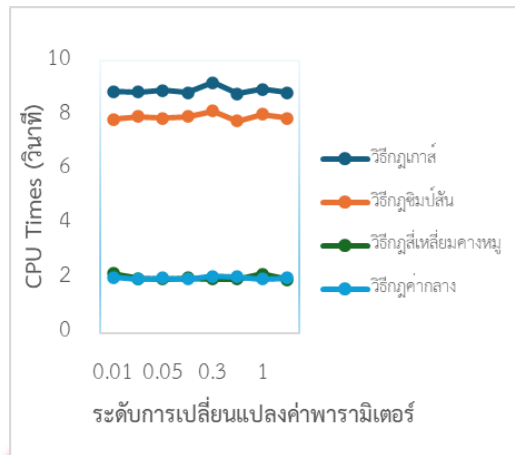
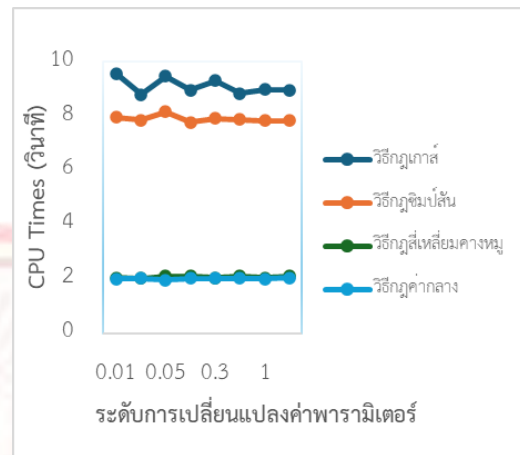
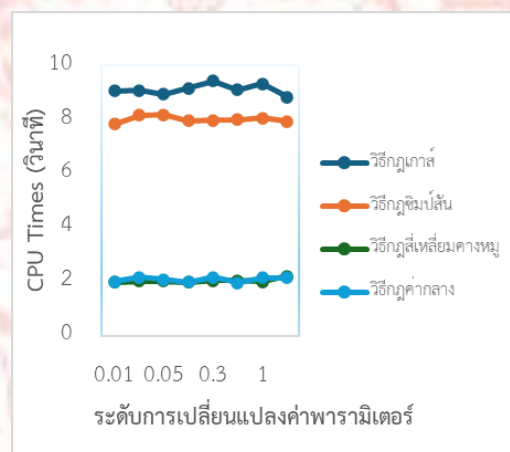
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-6 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$

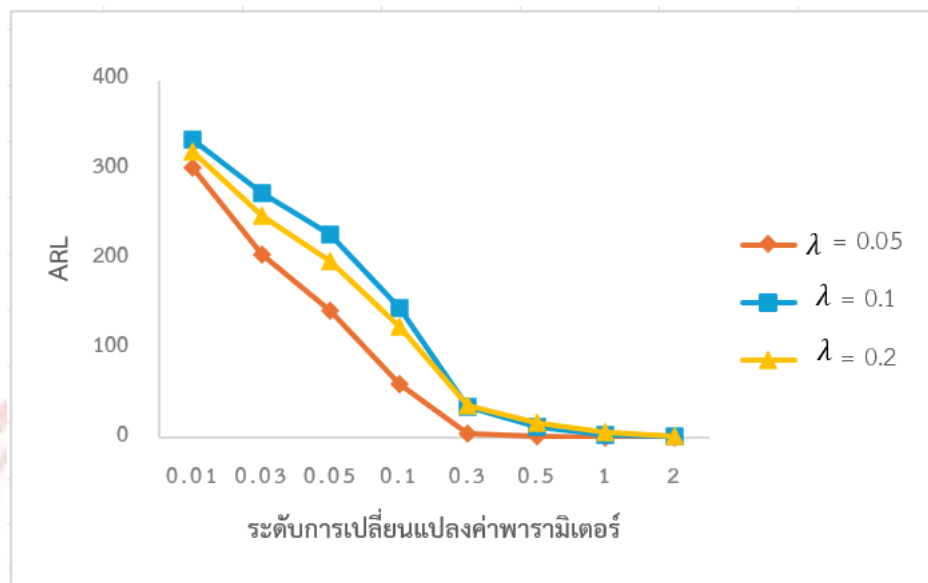
$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	320.516	9.047	320.516	7.828	320.516	1.984	320.516	2.000
0.03	248.205	9.063	248.205	8.156	248.205	2.031	248.205	2.156
0.05	198.404	8.921	198.404	8.172	198.404	2.015	198.404	2.078
0.1	124.407	9.141	124.407	7.937	124.407	1.985	124.407	1.985
0.3	36.5461	9.407	36.5461	7.969	36.5461	2.047	36.5461	2.156
0.5	17.0177	9.078	17.0177	7.984	17.0177	2.047	17.0177	1.969
1	5.66125	9.313	5.66125	8.047	5.66125	2.000	5.66125	2.140
2	2.30941	8.813	2.30941	7.922	2.30941	2.203	2.30941	2.141

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-4 ถึง 4-6 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

(ก) $\lambda = 0.05$ (ข) $\lambda = 0.1$ (ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-3 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-4 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-3 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi = -0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-4 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

ตารางที่ 4-7 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.0000000692919$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	301.308	8.750	301.308	8.203	301.308	2.109	301.308	2.344
0.03	202.248	9.875	202.248	8.297	202.248	2.297	202.248	2.328
0.05	137.886	9.140	137.886	8.281	137.886	2.109	137.886	2.328
0.1	56.4503	9.016	56.4503	8.484	56.4503	2.297	56.4503	2.250
0.3	3.94233	8.766	3.94233	9.047	3.94233	2.094	3.94233	2.188
0.5	1.33465	9.781	1.33465	8.890	1.33465	2.094	1.33465	2.250
1	1.00926	9.828	1.00926	8.390	1.00926	2.235	1.00926	2.187
2	1.00023	9.391	1.00023	8.375	1.00023	2.375	1.00023	2.078

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-8 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	332.325	9.390	332.325	8.500	332.325	2.156	332.325	2.235
0.03	269.735	9.313	269.735	8.140	269.735	2.172	269.735	2.188
0.05	220.641	9.406	220.641	8.438	220.641	2.094	220.641	2.093
0.1	137.783	9.391	137.783	8.297	137.783	2.047	137.783	2.079
0.3	30.1586	9.297	30.1586	8.235	30.1586	2.140	30.1586	2.156
0.5	10.2048	9.422	10.2048	8.297	10.2048	2.141	10.2048	2.218
1	2.33977	9.359	2.33977	8.094	2.33977	2.125	2.33977	2.235
2	1.17362	9.437	1.17362	8.297	1.17362	2.172	1.17362	2.204

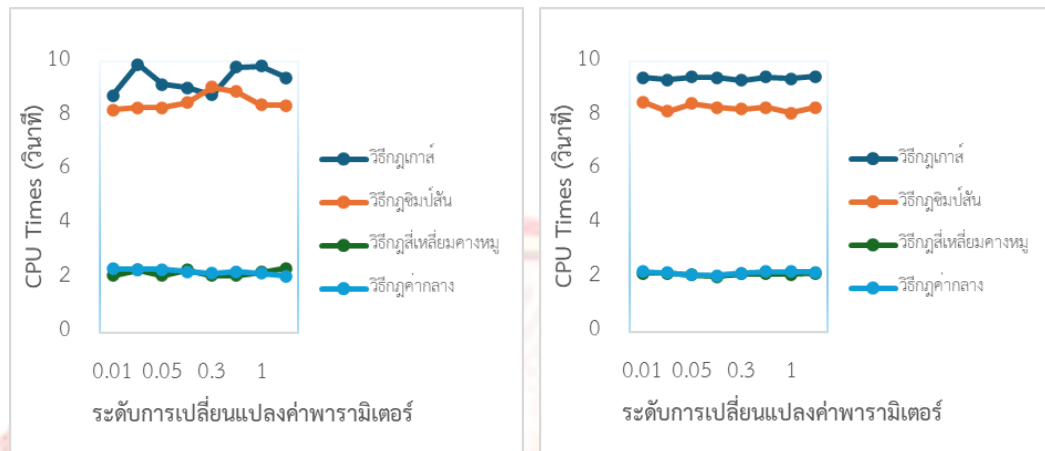
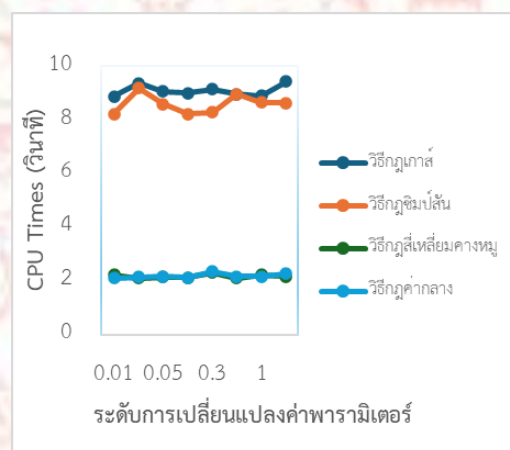
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-9 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$

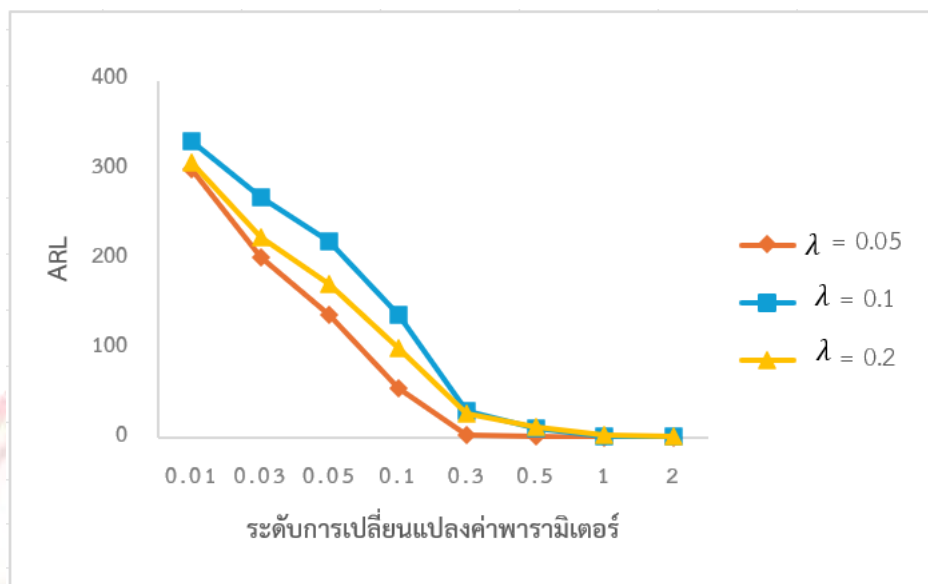
$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	307.936	8.859	307.936	8.219	307.936	2.234	307.936	2.109
0.03	224.906	9.360	224.906	9.172	224.906	2.109	224.906	2.141
0.05	172.515	9.047	172.515	8.578	172.515	2.141	172.515	2.172
0.1	101.269	8.984	101.269	8.203	101.269	2.125	101.269	2.125
0.3	26.7510	9.125	26.7510	8.266	26.7510	2.297	26.7510	2.344
0.5	11.9922	8.953	11.9922	8.937	11.9922	2.109	11.9922	2.172
1	3.97219	8.890	3.97219	8.641	3.97219	2.234	3.97219	2.156
2	1.78033	9.422	1.78033	8.609	1.78033	2.172	1.78033	2.265

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-7 ถึง 4-9 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง

(ก) $\lambda = 0.05$ (ข) $\lambda = 0.1$ (ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-5 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-6 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-6 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

ตารางที่ 4-10 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$
และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.000000692919$								
δ	วิธีภูเกาส์		วิธีภูชิมป์สัน		วิธีภูสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีภูค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	303.696	9.110	303.696	8.282	303.696	2.141	303.696	2.078
0.03	206.993	8.843	206.993	8.250	206.993	2.125	206.993	2.125
0.05	143.202	9.391	143.202	8.437	143.202	2.093	143.202	2.093
0.1	60.6333	9.859	60.6333	8.297	60.6333	2.172	60.6333	2.141
0.3	4.53891	9.641	4.53891	8.484	4.53891	2.219	4.53891	2.078
0.5	1.43692	8.937	1.43692	8.344	1.43692	2.094	1.43692	2.141
1	1.01381	9.829	1.01381	8.281	1.01381	2.079	1.01381	2.078
2	1.00039	9.078	1.00039	8.235	1.00039	2.109	1.00039	2.234

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-11 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$
และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีภูเกาส์		วิธีภูชิมป์สัน		วิธีภูสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีภูค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	335.119	9.125	335.119	8.563	335.119	2.078	335.119	2.187
0.03	276.447	8.891	276.447	8.297	276.447	2.172	276.447	2.375
0.05	229.670	9.172	229.670	8.407	229.670	2.203	229.670	2.219
0.1	148.689	9.250	148.689	8.157	148.689	2.234	148.689	2.078
0.3	36.3736	9.047	36.3736	8.453	36.3736	2.109	36.3736	2.344
0.5	13.1503	9.079	13.1503	8.532	13.1503	2.219	13.1503	2.140
1	3.02541	9.000	3.02541	8.437	3.02541	2.141	3.02541	2.109
2	1.30013	9.360	1.30013	8.563	1.30013	2.093	1.30013	2.218

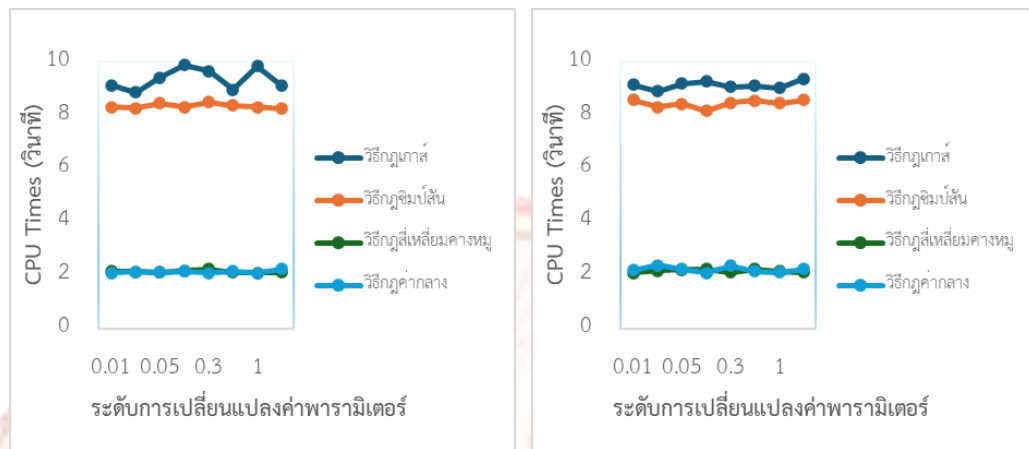
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-12 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$
และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	325.467	9.000	325.467	8.141	325.467	2.094	325.467	2.047
0.03	258.042	9.156	258.042	8.406	258.042	2.063	258.042	2.172
0.05	209.864	9.375	209.864	8.375	209.864	2.078	209.864	2.062
0.1	135.381	9.282	135.381	9.579	135.381	2.078	135.381	2.078
0.3	41.573	9.437	41.573	8.344	41.573	2.094	41.573	2.079
0.5	19.6372	9.438	19.6372	8.359	19.6372	2.125	19.6372	2.078
1	6.54771	9.249	6.54771	8.312	6.54771	2.078	6.54771	2.093
2	2.5875	8.891	2.5875	8.422	2.5875	2.172	2.5875	2.110

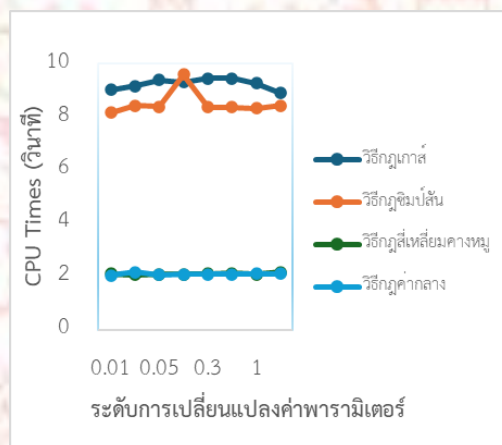
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-10 ถึง 4-12 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกะดับการเปลี่ยนแปลง



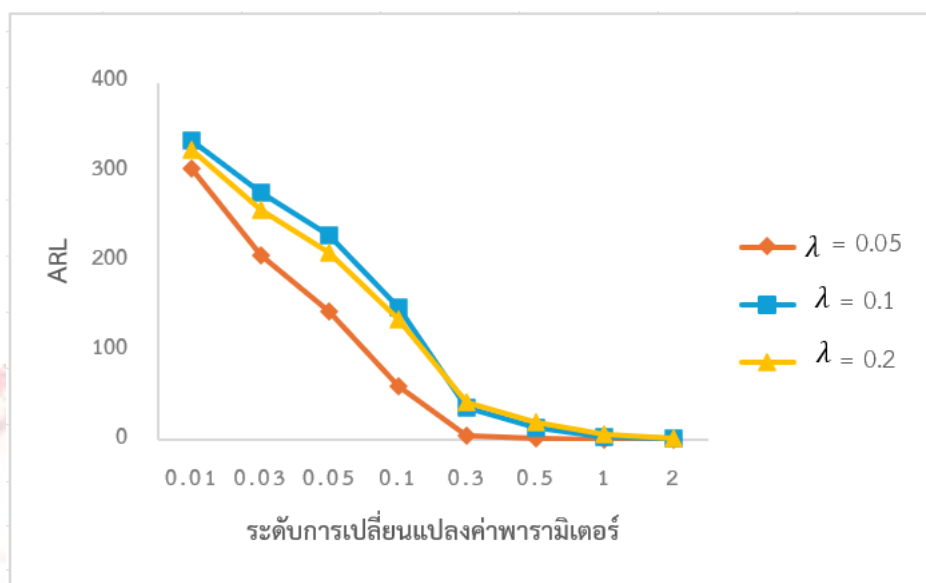
(ก) $\lambda = 0.05$

(ข) $\lambda = 0.1$



(ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-7 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-8 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(2) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = -0.2, \phi_2 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-8 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

ตารางที่ 4-13 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$
และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.0000000692919$								
δ	วิธีภูเกาส์		วิธีภูขิมป์สัน		วิธีภูสึเหลี่ยมคางหมู		วิธีภูค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	301.159	9.142	301.159	9.187	301.159	2.344	301.159	2.281
0.03	201.955	9.375	201.955	8.625	201.955	2.297	201.955	2.391
0.05	137.561	9.515	137.561	8.594	137.561	2.437	137.561	2.562
0.1	56.1988	9.032	56.1988	8.704	56.1988	2.281	56.1988	2.266
0.3	3.90857	9.063	3.90857	9.781	3.90857	2.234	3.90857	2.329
0.5	1.32912	9.359	1.32912	8.609	1.32912	2.313	1.32912	2.422
1	1.00903	9.032	1.00903	9.000	1.00903	2.468	1.00903	2.375
2	1.00022	8.985	1.00022	8.985	1.00022	2.391	1.00022	2.281

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-14 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$
และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีภูเกาส์		วิธีภูขิมป์สัน		วิธีภูสึเหลี่ยมคางหมู		วิธีภูค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	332.153	9.406	332.153	8.500	332.153	2.109	332.153	2.250
0.03	269.324	9.375	269.324	8.547	269.324	2.141	269.324	2.219
0.05	220.092	9.438	220.092	8.484	220.092	2.219	220.092	2.266
0.1	137.133	9.438	137.133	8.985	137.133	2.266	137.133	2.265
0.3	29.8115	9.516	29.8115	8.734	29.8115	2.172	29.8115	2.235
0.5	10.0478	9.485	10.0478	8.953	10.0478	2.234	10.0478	2.391
1	2.30591	9.719	2.30591	8.812	2.30591	2.188	2.30591	2.312
2	1.16783	9.375	1.16783	8.828	1.16783	2.203	1.16783	2.328

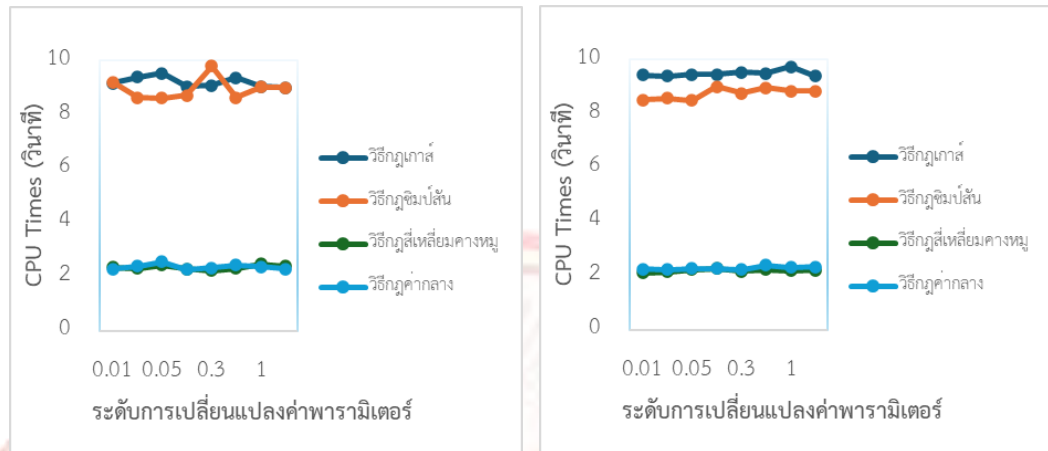
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-15 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีภูเกาส์		วิธีภูชิมปัสัน		วิธีภูสีเหลี่ยมคางหมู		วิธีภูค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	306.974	8.922	306.974	9.266	306.974	2.515	306.974	2.329
0.03	223.220	9.016	223.220	9.062	223.220	2.282	223.220	2.218
0.05	170.709	8.968	170.709	8.578	170.709	2.281	170.709	2.203
0.1	99.7387	8.891	99.7387	9.141	99.7387	2.265	99.7387	2.250
0.3	26.1453	9.250	26.1453	8.968	26.1453	2.375	26.1453	2.266
0.5	11.6876	9.171	11.6876	8.719	11.6876	2.235	11.6876	2.360
1	3.87183	9.156	3.87183	8.718	3.87183	2.500	3.87183	2.266
2	1.74942	9.547	1.74942	9.079	1.74942	2.328	1.74942	2.203

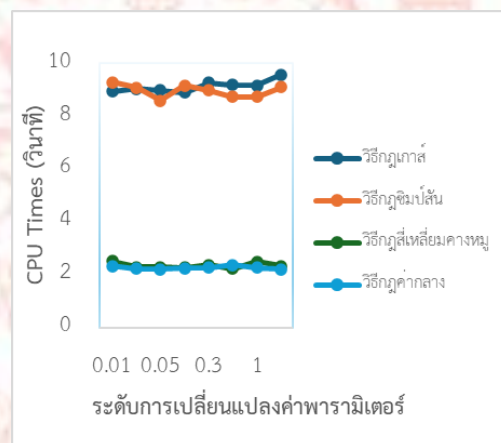
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-13 ถึง 4-15 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง



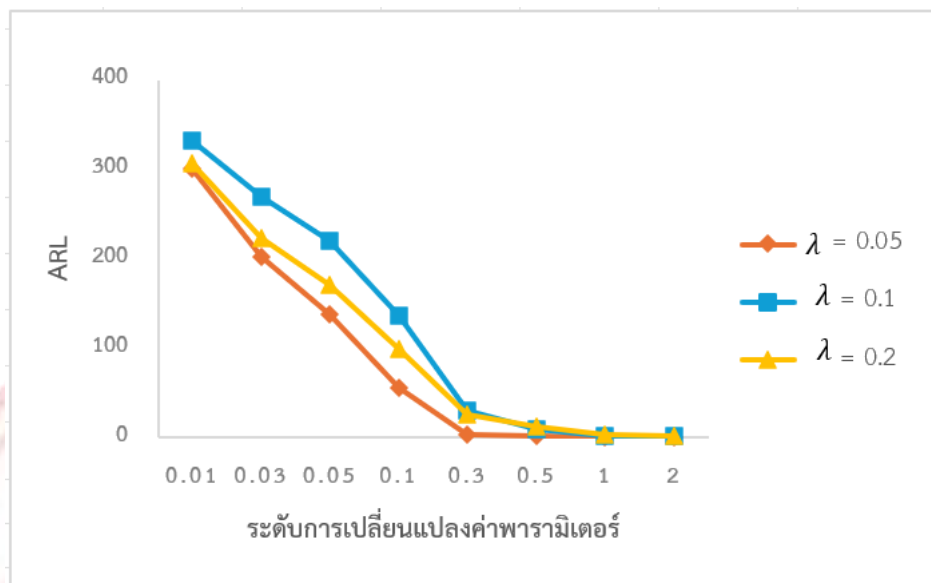
(ก) $\lambda = 0.05$

(ข) $\lambda = 0.1$



(ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-9 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-10 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.1, \phi_2 = 0.15, \phi_3 = 0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลางและวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-10 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

ตารางที่ 4-16 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
 เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.05$
 และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.0000000692919$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	303.846	9.015	303.846	8.719	303.846	2.172	303.846	2.250
0.03	207.293	8.938	207.293	8.688	207.293	2.281	207.293	2.375
0.05	143.541	8.984	143.541	8.531	143.541	2.312	143.541	2.250
0.1	60.9050	8.953	60.9050	8.734	60.9050	2.141	60.9050	2.187
0.3	4.57998	9.172	4.57998	8.610	4.57998	2.281	4.57998	2.297
0.5	1.44426	9.016	1.44426	8.735	1.44426	2.345	1.44426	2.281
1	1.01416	9.828	1.01416	9.000	1.01416	2.282	1.01416	2.360
2	1.0004	9.390	1.0004	8.375	1.0004	2.188	1.0004	2.484

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-17 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
 เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.1$
 และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.0029613$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	335.295	9.406	335.295	9.266	335.295	2.203	335.295	2.297
0.03	276.875	9.203	276.875	9.187	276.875	2.172	276.875	2.172
0.05	230.251	9.281	230.251	9.188	230.251	2.281	230.251	2.172
0.1	149.405	9.141	149.405	8.437	149.405	2.188	149.405	2.281
0.3	36.8079	9.391	36.8079	8.499	36.8079	2.234	36.8079	2.265
0.5	13.3654	9.109	13.3654	8.656	13.3654	2.297	13.3654	2.281
1	3.07903	9.390	3.07903	9.094	3.07903	2.156	3.07903	2.375
2	1.31069	9.312	1.31069	8.610	1.31069	2.156	1.31069	2.359

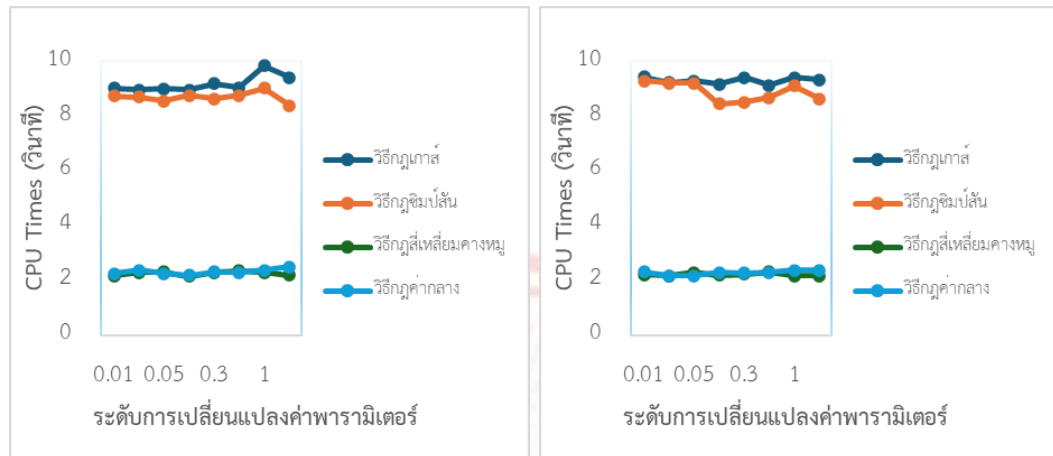
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-18 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง
 เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2, \lambda = 0.2$
 และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.2, b = 0.12792565$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	326.81	9.204	326.81	9.484	326.81	2.140	326.81	2.141
0.03	260.777	9.172	260.777	8.625	260.777	2.375	260.777	2.359
0.05	213.108	8.984	213.108	8.500	213.108	2.312	213.108	2.313
0.1	138.571	9.203	138.571	8.625	138.571	2.312	138.571	2.265
0.3	43.0763	9.016	43.0763	8.734	43.0763	2.172	43.0763	2.281
0.5	20.4224	9.094	20.4224	8.609	20.4224	2.125	20.4224	2.391
1	6.81207	9.000	6.81207	8.594	6.81207	2.235	6.81207	2.250
2	2.66979	9.156	2.66979	8.531	2.66979	2.235	2.66979	2.375

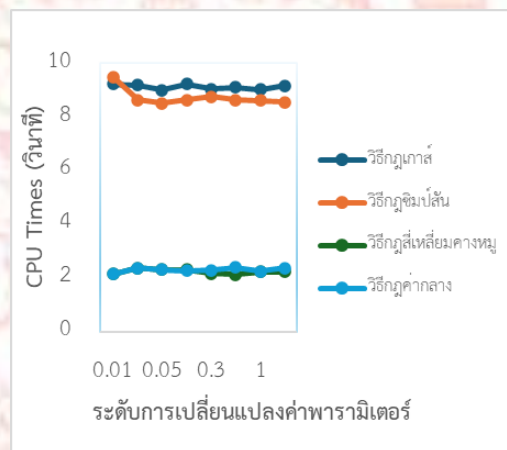
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-16 ถึง 4-18 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกระดับการเปลี่ยนแปลง



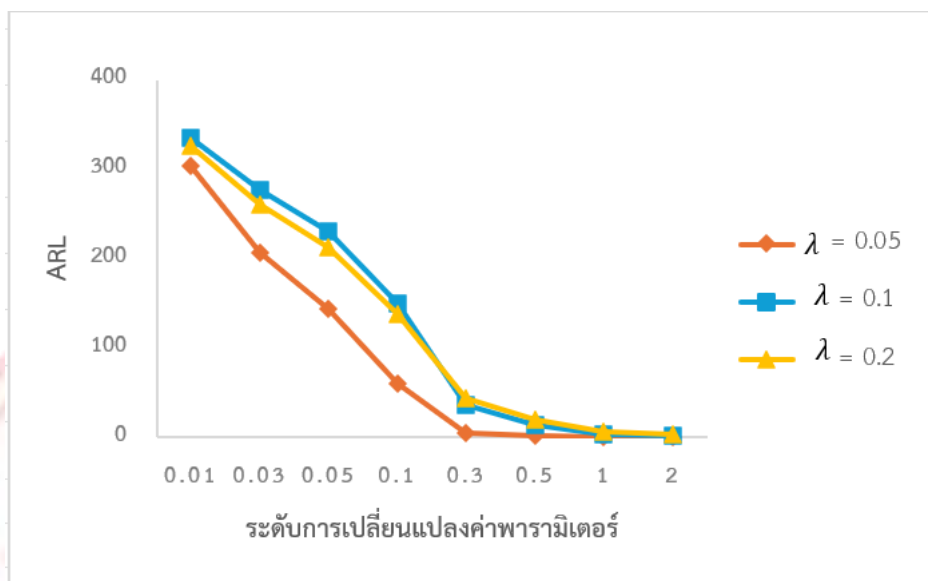
(ก) $\lambda = 0.05$

(ข) $\lambda = 0.1$



(ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-11 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$



ภาพที่ 4-12 กราฟเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) เมื่อกำหนด $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$

ภาพที่ 4-11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับตัวแบบ AR(3) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = -0.15, \phi_3 = -0.2, \beta_1 = 0.2, \beta_2 = 0.2$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที และจากภาพที่ 4-12 เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ λ มีค่าเท่ากับ 0.05 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยได้เร็วกว่า λ ในระดับอื่นๆ

4.2 การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

การประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง ข้อมูลค่าสังเกตที่นำมาศึกษาในงานวิจัย คือ ค่าฝุ่นละออง PM2.5 (หน่วย :ไมโครกรัมต่อลูกบาศก์เมตร) ต่อวัน เป็นข้อมูลรายวัน ณ ตำบลแม่เหียะ อำเภอเมืองเชียงใหม่ จังหวัดเชียงใหม่ ตั้งแต่วันที่ 25 กุมภาพันธ์ 2025 ถึงวันที่ 30 เมษายน 2025 ข้อมูลจากสำนักงานพัฒนาเทคโนโลยีอวกาศและภูมิสารสนเทศ (Gistda) โดยข้อมูลมีลักษณะเป็นตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ 1 ที่มีแนวโน้มกำลังสอง ตัวแบบที่เหมาะสมกับข้อมูลจากโปรแกรม IBM SPSS Statistics 28 ที่ได้ คือ ตัวแบบ AR(1) โดย ค่าพารามิเตอร์ $\mu = 0, \phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53$ ดังนั้น $Y_t = 0.82Y_{t-1} + 3.484t - 0.53t^2 + \varepsilon_t; t = 1, 2, \dots$ โดยที่ Y_t แทน ค่าฝุ่นละออง PM2.5 และ ε_t แทน ค่าความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยที่ $\alpha_0 = 9.0043$

ตารางที่ 4-19 ข้อมูลจริง โดยที่ Y แทนค่าฝุ่นละออง PM2.5

Date	PM2.5	Date	PM2.5	Date	PM2.5
25/2/2025	14.532	19/3/2025	56.581	10/4/2025	51.886
26/2/2025	14.482	20/3/2025	36.120	11/4/2025	39.421
27/2/2025	16.968	21/3/2025	55.567	12/4/2025	27.933
28/2/2025	19.803	22/3/2025	80.519	13/4/2025	18.663
1/3/2025	20.780	23/3/2025	91.129	14/4/2025	8.343
2/3/2025	20.482	24/3/2025	78.576	15/4/2025	11.460
3/3/2025	38.403	25/3/2025	64.770	16/4/2025	12.000
4/3/2025	46.063	26/3/2025	55.971	17/4/2025	11.944
5/3/2025	54.961	27/3/2025	64.499	18/4/2025	11.130
6/3/2025	45.693	28/3/2025	76.591	19/4/2025	12.767
7/3/2025	56.496	29/3/2025	79.409	20/4/2025	19.950
8/3/2025	42.337	30/3/2025	80.222	21/4/2025	25.226
9/3/2025	24.821	31/3/2025	61.727	22/4/2025	33.396
10/3/2025	29.613	1/4/2025	56.073	23/4/2025	33.266
11/3/2025	36.352	2/4/2025	48.341	24/4/2025	43.895
12/3/2025	35.433	3/4/2025	48.983	25/4/2025	49.340
13/3/2025	22.850	4/4/2025	49.328	26/4/2025	43.569
14/3/2025	37.873	5/4/2025	45.835	27/4/2025	22.849
15/3/2025	65.137	6/4/2025	36.815	28/4/2025	19.499
16/3/2025	77.169	7/4/2025	26.248	29/4/2025	12.204
17/3/2025	79.555	8/4/2025	28.970	30/4/2025	10.230
18/3/2025	68.201	9/4/2025	35.496		

ตารางที่ 4-20 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.05$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.05, b = 0.007805313$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	293.605	8.860	293.605	7.984	293.605	2.078	293.605	2.032
0.03	207.183	8.984	207.183	7.985	207.183	2.125	207.183	2.172
0.05	159.582	8.797	159.582	8.000	159.582	2.110	159.582	2.047
0.1	100.517	8.781	100.517	8.499	100.517	2.125	100.517	2.125
0.3	38.6796	8.828	38.6796	8.203	38.6796	2.109	38.6796	2.093
0.5	22.9352	8.812	22.9352	8.531	22.9352	2.125	22.9352	2.171
1	10.4791	8.876	10.4791	8.547	10.4791	2.078	10.4791	2.093
2	4.48994	8.860	4.48994	8.594	4.48994	2.110	4.48994	2.031

หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-21 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสอง เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.1$ และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.1, b = 0.015848102$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	209.003	8.656	209.003	7.797	209.003	1.985	209.003	1.969
0.03	111.63	8.875	111.63	7.812	111.63	1.953	111.63	1.969
0.05	76.0785	8.890	76.0785	7.860	76.0785	1.953	76.0785	1.984
0.1	42.2639	8.813	42.2639	7.750	42.2639	1.969	42.2639	1.953
0.3	15.0823	8.765	15.0823	7.875	15.0823	1.953	15.0823	1.984
0.5	9.1351	8.875	9.1351	7.797	9.1351	2.015	9.1351	2.109
1	4.61788	8.985	4.61788	7.984	4.61788	1.985	4.61788	1.984
2	2.44118	8.781	2.44118	7.750	2.44118	1.985	2.44118	2.062

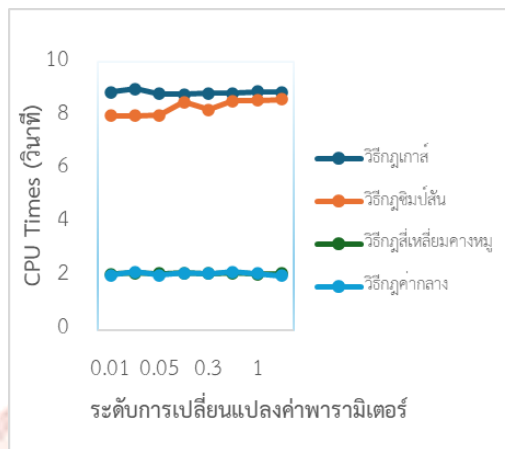
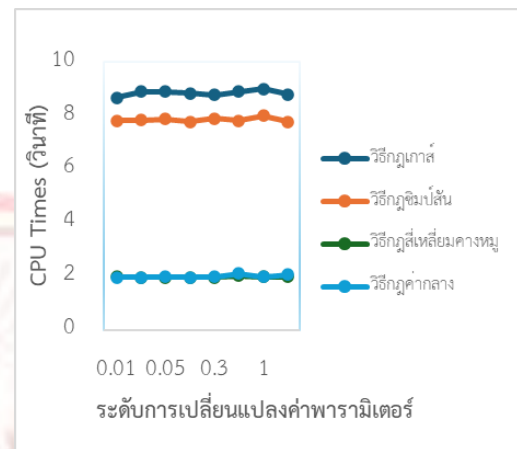
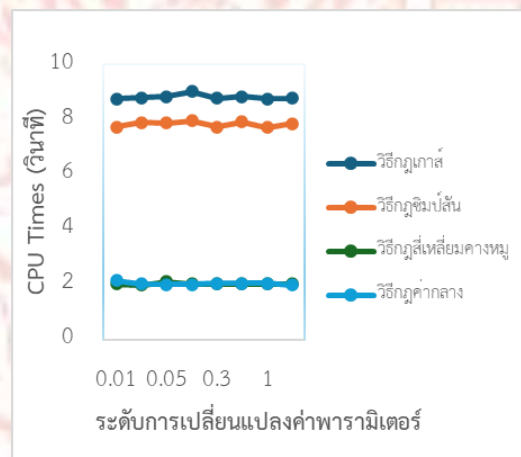
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-22 ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มี
 แนวโน้มกำลังสองเมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53, \lambda = 0.2$
 และ $ARL_0 = 370$

$\lambda = 0.2, b = 0.0318225418$								
δ	วิธีกฎเกาส์		วิธีกฎซิมป์สัน		วิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู		วิธีกฎค่ากลาง	
	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time	ARL	CPU time
0.01	158.633	8.750	158.633	7.719	158.633	2.031	158.633	2.140
0.03	74.2004	8.781	74.2004	7.875	74.2004	1.985	74.2004	2.016
0.05	48.5177	8.829	48.5177	7.859	48.5177	2.093	48.5177	2.000
0.1	26.1284	9.000	26.1284	7.953	26.1284	2.015	26.1284	2.000
0.3	9.40202	8.766	9.40202	7.719	9.40202	2.016	9.40202	2.047
0.5	5.87489	8.828	5.87489	7.906	5.87489	2.031	5.87489	2.047
1	3.21395	8.750	3.21395	7.704	3.21395	2.031	3.21395	2.047
2	1.92047	8.766	1.92047	7.843	1.92047	2.016	1.92047	1.984

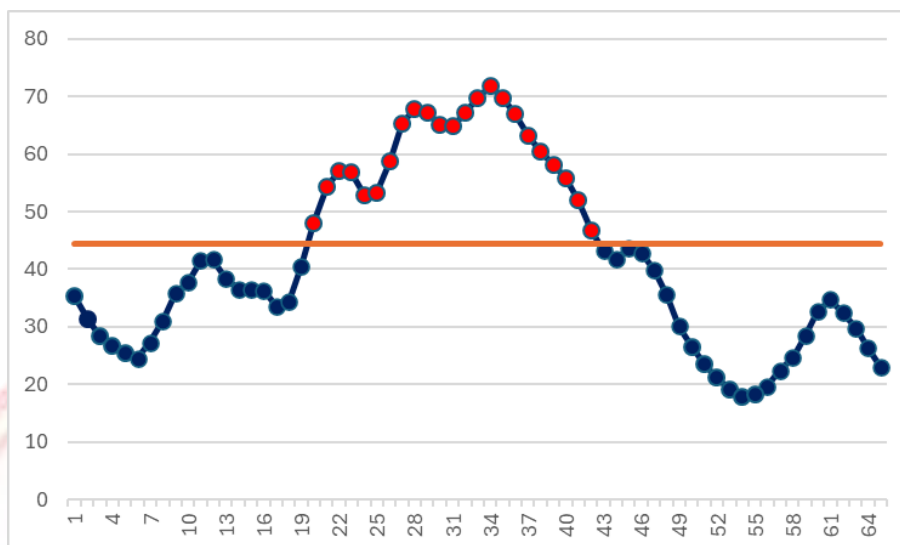
หมายเหตุ: เวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Time) มีหน่วยเป็นวินาที

ตารางที่ 4-20 ถึง 4-22 แสดงการเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง สำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53$ และกำหนดค่า λ เท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกันในทุกะดับการเปลี่ยนแปลง

(ก) $\lambda = 0.05$ (ข) $\lambda = 0.1$ (ค) $\lambda = 0.2$

ภาพที่ 4-13 กราฟเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริงสำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกำหนด $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53$

ภาพที่ 4-13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลของแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริงสำหรับตัวแบบ AR(1) ที่มีแนวโน้มกำลังสองที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $\phi_1 = 0.82, \beta_1 = 3.484, \beta_2 = -0.53$ จาก CPU Time พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2 วินาที



ภาพที่ 4-14 แผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง เมื่อกำหนด $\lambda = 0.2$

จากภาพที่ 4-14 แสดงแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง ที่มีค่าเฉลี่ยคือ 40.688 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ 22.036 เมื่อกำหนด $\lambda = 0.2$ โดยมีขีดจำกัดควบคุมบน เท่ากับ 44.3609 พบว่า ข้อมูลจริงเริ่มออกนอกขีดจำกัดควบคุมบนตั้งแต่ลำดับที่ 20-42 ซึ่งสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้มีประสิทธิภาพมากที่สุด

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ได้แก่ วิธีกฎเกาส์ วิธีกฎค่ากลาง วิธีกฎซิมป์สัน และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู โดยเกณฑ์การประเมินประสิทธิภาพ คือการเปรียบเทียบระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล (CPU Times) ซึ่งมีหน่วยเป็นวินาที

จากผลการวิจัยพบว่า ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ในแต่ละระดับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ให้ผลลัพธ์ไม่แตกต่างกัน เมื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพจากระยะเวลาที่ใช้ในการประมวลผล พบว่าวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด โดยใช้เวลาประมาณ 2-3 วินาที รองลงมาคือวิธีกฎซิมป์สัน ใช้เวลาในการประมวลผลประมาณ 8-9 วินาที และวิธีกฎเกาส์ ใช้เวลาในการประมวลผลประมาณ 9-10 วินาที ผู้วิจัยจึงแนะนำให้ใช้วิธีกฎค่ากลาง หรือวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ในการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง

เมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง (λ) ที่มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA เมื่อกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ λ เท่ากับ 0.05 ให้ค่าความยาวรันเฉลี่ยน้อยที่สุด และมีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้เร็วกว่าค่าพารามิเตอร์ λ ในระดับอื่นๆ

เมื่อทดสอบการหาค่า ARL ของข้อมูลจริง พบว่าผลลัพธ์สอดคล้องกับข้อมูลการจำลอง คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยที่ได้จากวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข ทั้ง 4 วิธี ไม่แตกต่างกัน และวิธีกฎค่ากลาง และวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด สำหรับค่าพารามิเตอร์ปรับให้เรียบแบบเลขชี้กำลัง พบว่า ค่า λ เท่ากับ 0.2 มีความไวในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้เร็วกว่าค่าพารามิเตอร์ λ ในระดับอื่นๆ

เมื่อแสดงแผนภูมิควบคุม EWMA ของข้อมูลจริง ที่มีค่าเฉลี่ยคือ 40.688 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ 22.036 เมื่อกำหนด $\lambda = 0.2$ โดยมีขีดจำกัดควบคุมบน เท่ากับ 44.3609 พบว่า ข้อมูลจริงเริ่มออกนอกขีดจำกัดควบคุมบนตั้งแต่ลำดับที่ 20-42 ซึ่งสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้มีประสิทธิภาพมากที่สุด

5.2 ข้อเสนอแนะ

วิจัยนี้ได้ศึกษาตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง (AR(p) with quadratic trend model) สำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) ซึ่งสามารถนำตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสองไปประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุมชนิดอื่นได้



บรรณานุกรม

ภาษาไทย

ชมพูนุช แสงอรุณวงศ์, ยุพาภรณ์ อารีพงษ์ และเสาวณิต สุขภารังษี. “ค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังดัดแปลง เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงต่อเนื่อง.” ใน การประชุมวิชาการและนำเสนอผลงานวิจัยระดับนานาชาติ ครั้งที่ 11. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา, 2563 : 1014-1026.

เพชรรัตน์ พูลพิพัฒน์, สุวิมล พันธุ์แย้ม และยุพาภรณ์ อารีพงษ์. “ค่าความยาวรันเฉลี่ยโดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลขสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลังเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงสมมาตรและไม่สมมาตร.” ใน การประชุมวิชาการระดับชาติ “มศววิจัย” ครั้งที่ 13. กรุงเทพมหานคร : สถาบันยุทธศาสตร์ทางปัญญาและวิจัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, 2563 : 1040-1051.

pm25.gistda.or.th. ค่าฝุ่นละออง PM2.5 [ออนไลน์]. [สืบค้นวันที่ 30 เมษายน 2568]. จาก <https://pm25.gistda.or.th/download>

ภาษาอังกฤษ

Areepong, Y. and Sukparungsee, S. “An Explicit Expression of Average Run Length of Exponentially Weighted Moving Average Control Chart with ARIMA (p,d,q) (P, D, Q)_L Models.” Preprint.org. [online] 2016. [cited 1 Feb. 2022]. Available from : URL : <https://www.preprints.org/manuscript/201608.0146/v1>

Crowder, S.V. “A Simple Method for Studying Run-Length Distributions of Exponentially Weighted Moving Average Charts.” Technometrics. Vol.29 No.4 (November 1987) : 401-407.

Karoon K., Areepong, Y. and Sukparungsee, S. “Exact Solution of Average Run Length on Extended EWMA Control Chart for the First-Order Autoregressive Process.” Thailand Statistician. Vol.20 No.2 (July 2021) : 395-411.

Lucas, J.M. and Saccucci, M.S. “Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements.” Technometrics. Vol.32 No.1 (February 1990) : 1-12.

Page, E.S. “Continuous inspection schemes.” Journal Article. Vol.41 No.1/2 (June 1954) : 100-115.

Paichit, P. “Exact Expression for Average Run Length of Control Chart of ARX(p) Procedure.” KKU Science Journal. Vol.45 No.4 (2017) : 948-958.

Phanyaem, S. “The Integral Equation Approach for Solving the Average Run Length of EWMA Procedure for Autocorrelated Process.” Thailand Statistician. Vol.19 No.3 (July 2021) : 627 641.

Phanyaem, S. “Development of Average Run Length Formulas for EWMA Control Chart under the AR(1) with quadratic trend model for detecting and monitoring process variability” Journal of Applied Science and Emerging Technology (JASET). Vol.23 No.2 (2024) : e257034

Roberts, S.W. "Control Chart Test Based on Geometric Moving Averages." Technometrics. Vol.1 No.3 (1959) : 239-250.

Sukparungsee, S. and Areepong, Y. "An Explicit Analytical Solution of the Average Run Length of an Exponentially Weighted Moving Average Control Chart using an Autoregressive Model." Chiang Mai Journal of Science. Vol.44 No.3 (2017) : 1172-1179.

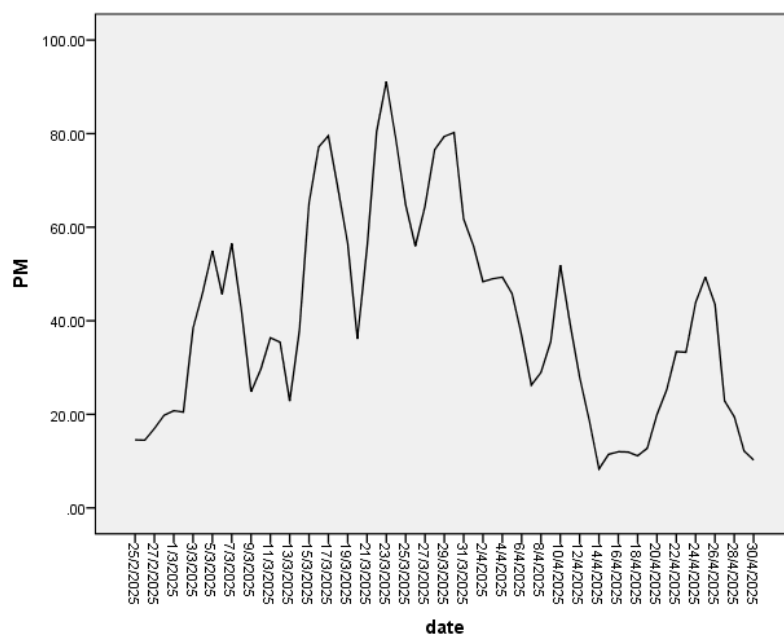
Shewhart, W.A. "Economic Control of Quality of Manufactured Product." D.Van Nostrand. New York. 1931.



ภาคผนวก

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม IBM SPSS Statistics 28





ภาพที่ ก-1 ลักษณะของข้อมูลเทียบกับเวลา

ARIMA Model Parameters

					Estimate	SE	t	Sig.
PM-Model_1	PM	No Transformation	AR	Lag 1	.820	.072	11.408	.000
	t	No Transformation	Numerator	Lag 0	3.484	.668	5.218	.000
	t2	No Transformation	Numerator	Lag 0	-.053	.012	-4.249	.000

ภาพที่ ก-2 ค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลจริง

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Noise residual from PM- Model_1
N		65 ^c
Exponential parameter. ^{a,b}	Mean	9.0043
Most Extreme Differences	Absolute	.139
	Positive	.115
	Negative	-.139
Kolmogorov-Smirnov Z		.775
Asymp. Sig. (2-tailed)		.586

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

c. There are 34 values outside the specified
distribution range. These values are skipped.

ภาพที่ ก-3 ทดสอบสมมติฐานของความคลาดเคลื่อน

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ	นางสาวนริศรา กองดวง
ชื่อวิทยานิพนธ์	ค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สำหรับตัวแบบการถดถอยในตัวลำดับที่ p ที่มีแนวโน้มกำลังสอง โดยวิธีสมการปริพันธ์เชิงตัวเลข
สาขาวิชา	สถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล
ประวัติ	- สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในปีการศึกษา 2557 - ศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์และวิทยาการวิเคราะห์ข้อมูล ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ในปีการศึกษา 2566